

Esercizi

Esercizio 1

Dimostrare la Gaussianità del campione di dati biomedici qui di seguito applicando il test di Kolmogorov-Smirnov.

$$\Psi = [142; 138; 191; 143; 145; 142; 131; 138; 141; 156; 167; 230]$$

Esercizio 2

Verificare l'eventuale gaussianità di un campione di dati costituito dai primi $n=10$ numeri della successione di Catalan mediante il test di Shapiro-Wilk:

$$\frac{1}{n+1} \binom{2n}{n} \quad \text{per } n \geq 1$$

Esercizio 3

Una azienda farmaceutica informa i suoi clienti che la qualità dei suoi prodotti non è uniforme e che ogni prodotto può essere di qualità A, B, C e D; indipendentemente l'una dall'altra con probabilità 0.2, 0.25, 0.35 e 0.20 rispettivamente. Tuttavia, uno dei clienti, acquistando grossi volumi di merce, ha l'impressione di ricevere troppi pezzi di qualità A e quindi decide di verificare l'affermazione del produttore investendo tempo e denaro per stabilire il livello qualitativo di 30 prodotti. Supponiamo che ve ne siano 8 di qualità A, 6 di qualità B, 9 di qualità C e 7 di qualità D. Al 5% di significatività cosa si decide?

Esercizio 4

La sordità (di origine genetica) è purtroppo diffusa tra le gatte bianche europee. Uno zoologo sostiene che il carattere è più diffuso tra le gatte bianche con gli occhi arancioni che tra le gatte bianche con gli occhi celesti. A prova della sua affermazione riporta la seguente tabella contingenza

Sordità manifesta	Occhi arancioni	Occhi celesti
Si	17	11
No	8	14

- 1) Queste associazioni potrebbero essere dovute al caso?
- 2) Determinare, separatamente per i due gruppi, un intervallo di confidenza al 95% per la frazione di gatte sorde (nella popolazione di tutte le gatte bianche da cui le gatte utilizzate nello studio provengono).
- 3) Se possibile, calcolare l'intervallo di confidenza del rischio relativo (si consideri come fattore di esposizione la presenza degli occhi celesti).

Esercizio 5

In un corso di Scienze della Nutrizione gli iscritti sono 15 e il Professore decide di fare uno studio statistico sul peso degli studenti per avere un campione di base su cui discutere delle abitudini alimentari fra i ragazzi. Il campione è il seguente (Peso in Kg):

[55.4; 67.1; 67.5; 63.2; 88.6; 67.7; 58.2; 63.1; 66.5; 65.2; 66.8; 68.3; 66.0; 61.3; 57.9]

- (1) Verificare se la mediana della popolazione da cui è derivato il campione sia pari o inferiore a 62Kg;
- (2) Verificare se la mediana della popolazione da cui è derivato il campione sia pari a 62Kg;
- (3) Riportare un intervallo di confidenza al 95% sulla mediana.

Esercizio 6

Dati i seguenti campioni:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_i	216,7	149,9	136,9	211,2	171,4	138,0	127,6	160,3	153,8	150,4
x_i	196,8	108,9	134,7	195,6	160,2	141,9	114,1	130,6	116,2	150,2

Sapendo che questi sono frutto del campionamento di popolazioni caratterizzate da distribuzioni F di Fisher con 3 e 17 gdl, rispettivamente per numeratore e denominatore, calcolare la probabilità che i due campioni appartengano alla stessa popolazione nel caso che:

- a) X e Y siano misurati sugli stessi soggetti prima e dopo un'operazione chirurgica.
- b) X siano dati acquisiti su soggetti sani tra 10 e 30 anni, ed Y siano dati acquisiti su soggetti sani tra 40 e 70 anni.

Esercizio 7

La tabella mostra i risultati di un'indagine sulle comorbidità in un campione di 98 pazienti ospedalizzati con diagnosi di Insufficienza renale, diabete mellito e vasculopatia. Verificare l'ipotesi nulla che non ci sia una prevalenza di comorbidità significativamente più alta in qualcuno dei tre gruppi.

Comorbidità	Insuff. renale	Diabete	Vasculopatia	Totale
SI	17	6	23	46
NO	6	13	33	52
totale	23	19	56	98

Esercizio 8

Considerando i dati in tabella provenienti da 21 soggetti diversi (una casella per ogni soggetto), e sapendo che i dati sono frutto del campionamento di una popolazione avente distribuzione di probabilità χ^2 a 13 gradi di libertà, verificare che le variazioni di concentrazione nei tre campioni siano dovute al caso (considerare alpha 0.01).

Campione 1	Campione 2	Campione 3
87.1	127.1	104.4
112.2	114.4	94.3
110.6	102.3	99.0
118.9	125.8	108.4
96.1	93.6	111.5
124.1	111.3	88.7
101.3	105.2	93.6

Esercizio 9

Una casa farmaceutica svolge una indagine di mercato sul consumo di un dato farmaco per fasce d'età. Dall'intervista di 200 persone selezionate si ricava:

Età	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55	55-65
N.Soggetti	28	52	50	30	34	6

Verificare se il campione ricavato possa essere approssimato come appartenente ad una distribuzione normale.

Esercizio 10

I dati riportati nella seguente tabella riguardano due osservazioni nel tempo del peso di nove soggetti a cui è stato somministrato un farmaco antidepressivo. Usando un'appropriata tecnica di inferenza statistica, si verifichi l'ipotesi per cui non vi stato alcun cambio di peso nel gruppo.

Soggetto	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Peso t=1	91	88	111	81	91	88	72	80	69
Peso t=2	76	75	70	92	99	84	72	69	73

Esercizio 11

In uno studio sulla variabilità intra osservatore nella valutazione della evoluzione di una patologia in topi da laboratorio, sono stati esaminati 3325 cavie per individuare l'eventuale presenza della patologia in esame. Ogni cavia è stata resa infetta da un determinato agente ed esaminata da un osservatore due giorni dopo; in seguito ognuna di esse è stata riesaminata dopo 6 mesi, dallo stesso osservatore. I risultati di questo studio sono riportati in tabella.

		Seconda visita		
		positivo	negativo	totale
Prima visita	positivo	1763	489	2252
	negativo	403	670	1073
	totale	2166	1159	3325

Questi dati confermano l'ipotesi nulla che non esiste alcuna associazione tra momento della visita e diagnosi?

Esercizio 12

A 6 psicologi vengono richieste le valutazioni (con un punteggio da 0 a 5 in ordine crescente di validità) di 4 terapie. Si stabilisca se vi sono delle differenze di valutazione fra le 4 diverse terapie.

	Terapia 1	Terapia 2	Terapia 3	Terapia 4
Psicologo 1	4	3	0	2
Psicologo 2	4	2	2	2
Psicologo 3	3	2	2	1
Psicologo 4	5	1	2	2
Psicologo 5	3	4	1	2
Psicologo 6	5	4	3	3

Esercizio 13

Uno studente di ingegneria biomedica dell'Università di Pisa deve caratterizzare, durante il suo lavoro di tesi, la forza applicata da una mano robotica durante la presa di un oggetto, quando vi sono applicati gli algoritmi di controllo A e B. Lo stesso studente ha effettuato 8 prove per ogni condizione ottenendo i valori:

A	8.26	8.13	8.35	8.07	8.34	9.01	8.44	8.99
B	7.95	7.89	7.90	8.14	7.92	7.11	9.11	7.34

Verificare l'ipotesi che le variazioni medie tra gli elementi di A e B siano dovute alla stocasticità del controllo applicato, con un livello di significatività $\alpha=0.01$, nei casi:

- 1) Le distribuzioni di probabilità di A e B siano il risultato di una somma di quadrati di funzioni Gaussiane;
- 2) Le distribuzioni di A e B siano il risultato di una somma di funzioni Gaussiane.

Esercizio 14

La seguente tabella riporta probabilità percentuali di rilevare un certo numero di spikes neurali durante una osservazione di durata $T = 4$ secondi data una certa corrente assonale d'ingresso. Di conseguenza, ogni valore è stato calcolato utilizzando la distribuzione di Poisson con un dato momento del primo ordine per un neurone A, un neurone B, ed un neurone C. Verificare che le probabilità dei neuroni A, B, e C siano realizzazioni della stessa variabile aleatoria ipotizzando che i soli dati del neurone A siano risultati del campionamento statistico di una distribuzione F di Fisher con 2 g.d.l al numeratore e 12 g.d.l al denominatore (considerare possibile ogni approssimazione).

A	B	C
2.71	1.75	2.22
2.06	2.19	2.38
2.84	2.09	2.56
2.97	2.75	2.60
2.55		2.72
2.78		