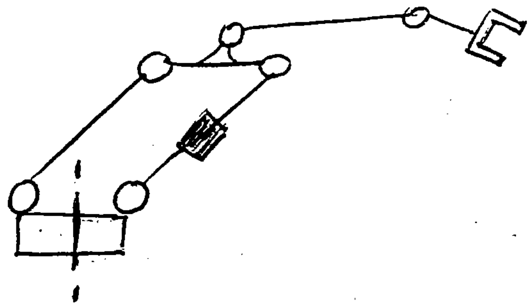
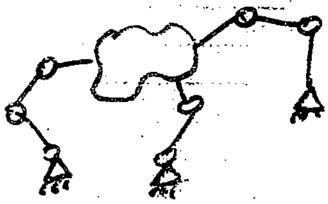
Descrizione Geometrica - Catene Chiuse

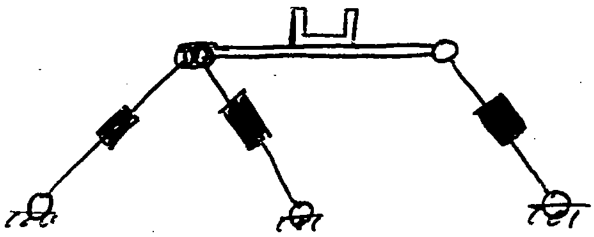
- Bracci con strutture cinematiche miste

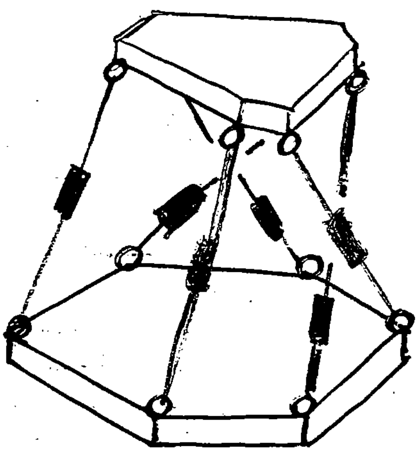


- Mani per robot

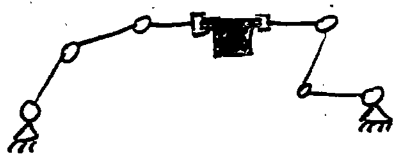


- Manipolatori paralleli

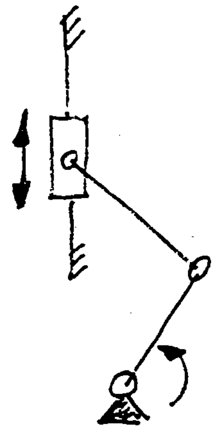




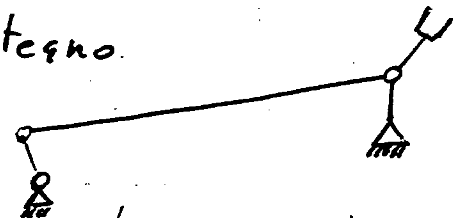
- Bracci cooperanti



- Veicoli su gambe
- Meccanismi per l'automazione



- Bracci con sostegno



Caratteristica principale:

le configurazioni dei giunti non possono essere assegnate arbitrariamente - esistono vincoli

non tutti i giunti sono attuati, né tutti sono sensorizzati

Si dice variabile di configurazione, o brevemente configurazione di un sistema meccanico, una m-upla di valori sufficienti a individuare univocamente la posizione e l'orientazione di tutti i corpi rigidi che lo compongono - e quindi, a determinare la posizione di qualsiasi punto materiale del meccanismo

Si dice minima una configurazione se non esiste alcun insieme di meno di $\underline{m}$ scalari che sia una configurazione. In tale caso, il numero minimo $\underline{m}$ di variabili necessarie a determinare il meccanismo si dice numero di configurazioni indipendenti (o meglio, dimensione dello spazio delle configurazioni indipendenti)

Il valore di $\underline{m}$ in un meccanismo può essere calcolato facilmente perlomeno in configurazioni generiche (cioè, eccetto al più configurazioni singolari la cui misura, nello spazio delle configurazioni è nulla). Si applicano infatti le formule

$$\begin{cases} \underline{m} = 3\,(n^\circ \text{ corpi rigidi}) - 2\,(n^\circ \text{ giunti Rot. o Prism.}) \\ \text{nel caso planare, ovvero} \\ \underline{m} = 6\,(n^\circ \text{ corpi rigidi}) - 5\,(n^\circ \text{ giunti R o P}) - 3\,(n^\circ \text{ giunti sferic} \\ \text{nel caso 3D} \end{cases}$$

Per considerazioni ovvie di risparmio, si ha spesso $n_A = n_S = m$

Se $n_A > m$, si ha ridondanza di attuatori (vale l'analogo x i sens

Se $n_A < m$ il sistema è sotto-attuato

Come nel caso delle catene cinematiche aperte, individuiamo un elemento di riferimento che chiameremo convenzionalmente come end-effector

- Configurazioni dell'end-effector $X \in SE(3)$ dove le coordinate di $SE(3)$ saranno da scegliere secondo le opportunità.
- Configurazioni dei giunti $q \in \mathbb{R}^n$ (localmente).

Converrà però spesso distinguere giunti attuati e non, sensorizzati e non:

$$\begin{cases} q_A \in \mathbb{R}^{n_A}, & q_A = S_A q; \\ q_{\bar{A}} \in \mathbb{R}^{n_{\bar{A}}}, & q_{\bar{A}} = S_{\bar{A}} q, \quad n_A + n_{\bar{A}} = n \end{cases}$$

dove $S_A \in \mathbb{R}^{n_A \times n}$ ha elementi $\in \{0, 1\}$

e $\begin{bmatrix} S_A \\ S_{\bar{A}} \end{bmatrix}$ è una matrice di permutazion

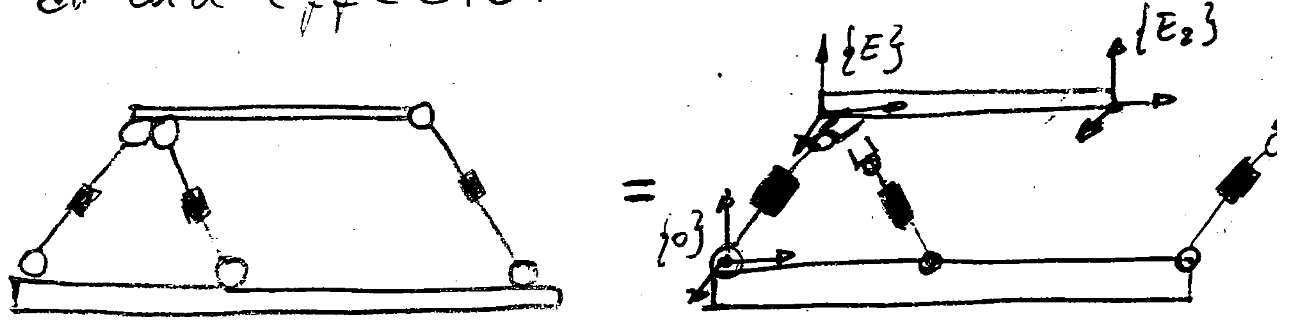
Analogamente per giunti sensorizzati e non:

$$\begin{cases} q_S \in \mathbb{R}^{n_S}, & q_S = S_S q, \quad S_S \in \mathbb{R}^{n_S \times n} \\ q_{\bar{S}} \in \mathbb{R}^{n-n_S}, & q_{\bar{S}} = S_{\bar{S}} q, \end{cases}$$

I problemi geometrico diretto e inverso hanno la stessa formulazione che nei manipolatori seriali:

$$\text{diretto:} \quad X = f(q)$$
$$\text{inverso:} \quad q = f^{-1}(X)$$

- Il pb. inverso parallelo equivale a N pb. invers seriali, dove N è il numero di "gambe" semplici (seriali) che uniscono la base all'end effector:



- Il pb. diretto parallelo consiste in N problemi diretti sulle catene semplici. Ogni gamba fornisce una config. dell'end-effector: vi sono quindi $N-1$ gruppi di 6 eq. vincolari da rispettare (3 in 2D)

Le cose possono complicarsi per l'esistenza di giunti $\bar{S}, \bar{A}$

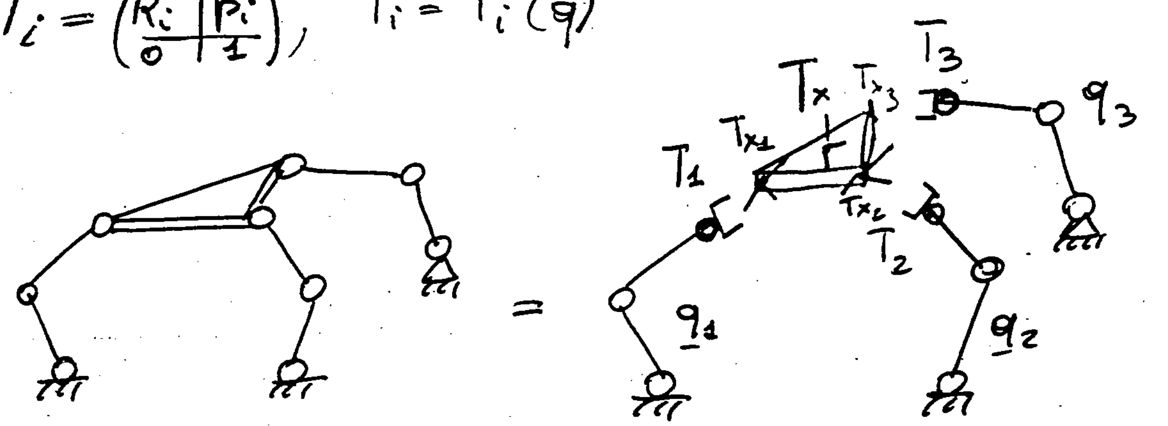
- Pb. Inverso: data X, trovare q_A che porti l'ee. in X questo pb. non è difficile, in quanto ho m geometr seriali inversi di tipo semplice; da queste soluzioni, mi basta estrarre q_A
- Pb. Diretto: data q_S, trovare X. questo è invece potenzialmente molto complesso, e non esistono in generale soluz. in forma chi

Geometria delle catene chiuse

Consideriamo un sistema parallelo le cui configurazioni sono descritte da un vettore q di coordinate dei giunti (eventualmente suddiviso in coordinate attuate e non, sensorizzate e non: $q_{AS}, q_{A\bar{S}}, q_{\bar{A}S}, q_{\bar{A}\bar{S}}$), e dalle coordinate X dell'end-effector

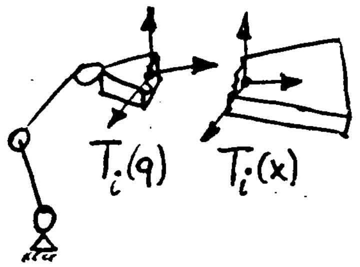
Scegliamo ad esempio per rappresentare X la Trasformat omogenea $T_E = \left(\begin{array}{c|c} R_e & P_e \\ \hline 0 & 1 \end{array}\right)$ in un riferimento di base

Si supponga per semplicità che l'end-effector sia scelto come un elemento del meccanismo tale che, se esso viene rimosso, il meccanismo si riduce ad un insiem di N catene semplici. A ciascuna di esse si può associare una cinematica diretta che pone in relazione le configurazioni di alcuni giunti con quelle dell'elemento terminale della catena i-esima, ovvero $T_i = \left(\begin{array}{c|c} R_i & p_i \\ \hline 0 & 1 \end{array}\right)$, $T_i = T_i(q)$

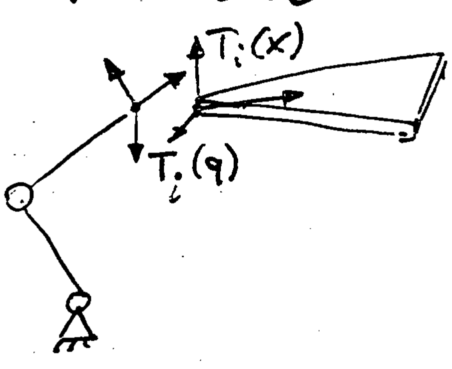


Si definiscono inoltre sull'end-effector altre N terne $T_i(x)$ di riferimento, nelle posizioni e con le orientazioni corrispondenti a quelle degli elementi terminali delle catene.

In altri termini, le terne $T_i(q_i)$ e $T_i(x)$ coincidono ma sono pensate come solidali rispettivamente alla catena i-esima ed all'oggetto-endeffector.



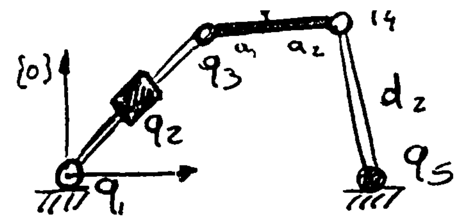
Imporre $T_i(q) = T_i(x)$ equivale a imporre 6 equazioni di vincolo tra le configurazioni q e X.
Si noti che spesso è più conveniente definire le terne della "gamba" e dell'oggetto in modo da ridurre il numero di equazioni di vincolo.
Ad esempio, effettuando il "taglio" della catena al livello dei giunti, si può eliminare un giunto per gamba (riducendo così la complessità cinematica) e scrivere un insieme di equazioni vincolari pari a 6 meno i gradi di libertà lasciati dal giunto.



Ad esempio in questo caso, se il giunto rimosso è sferico, basterà imporre che l'origine di $T_i(q)$ e quella di $T_i(x)$ coincidano (3 equazioni di vincolo)

Se il giunto è rotoidale, con asse corrispondente all'a z delle terne T_i, si dovrà imporre l'eguaglianza delle origini (3 eq., ultime colonne delle T_i) e dei versori dell'asse z (2 eq., terza colonna delle T_i → 1 eq. è inutile per via della normalizzazione dei versori in R).

Esempio



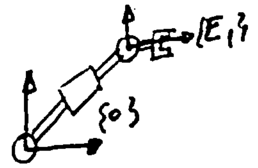
$n = 5$

$m = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 5 = 2$

$n_A = n_s = m$

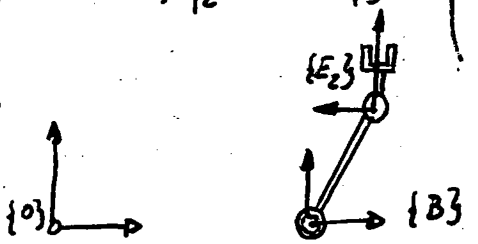
$S_A = S_S = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Prima gamba:



$$^0A_1 = Rot(q_1)\, Trasl(x, q_2)\, Rot(q_3) = \begin{pmatrix} C_{13} & -S_{13} & q_2 C_1 \\ S_{13} & C_{13} & q_2 S_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Seconda gamba



$$^0A_2 = T_2(x, D)\, R(q_5)\, T_2(x, d_2)\, Rot(q_4) = \begin{pmatrix} C_{45} & -S_{45} & D + d_2 C_5 \\ S_{45} & C_{45} & d_2 S_5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

End-effector

$$^0A_E = {^0A_1}\, {^1A_E} = {^0A_1}\, T_2(x, a_1) = \begin{pmatrix} C_{13} & -S_{13} & q_2 C_1 + a_1 C_{13} \\ S_{13} & C_{13} & q_2 S_1 + a_1 S_{13} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= {^0A_2}\, {^2A_E} = {^0A_2}\, T_2(x, +a_2)\, R(\pi) = \begin{pmatrix} -C_{45} & S_{45} & D + d_2 C_5 + a_2 C_{45} \\ -S_{45} & -C_{45} & d_2 S_5 + a_2 S_{45} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Cinematica diretta in forma compatta, nominale (cioè $q = q_s$):

$$\begin{cases} \theta = q_1 + q_3 \\ x = q_2 C_1 + a_1 C_{13} \\ y = q_2 S_1 + a_1 S_{13} \end{cases} \quad e \quad \begin{cases} \theta = +q_4 + q_5 + \pi \\ x = D + d_2 C_5 + a_2 C_{45} \\ y = d_2 S_5 + a_2 S_{45} \end{cases}$$

Le tre eq. ridondanti diventano vincoli:

$$q_1 + q_3 - q_4 - q_5 - \pi = 0 \quad \triangleq v_1(q)$$
$$q_2 C_1 + a_1 C_{13} - D - d_2 C_5 - a_2 C_{45} = 0 \triangleq v_2(q)$$
$$q_2 S_1 + a_1 S_{13} - d_2 S_5 - a_2 S_{45} = 0 \triangleq v_3(q)$$

Osserva:

n° giunti −	5
n° vincoli =	3
n° conf.	2

La cinematica inversa è semplice:

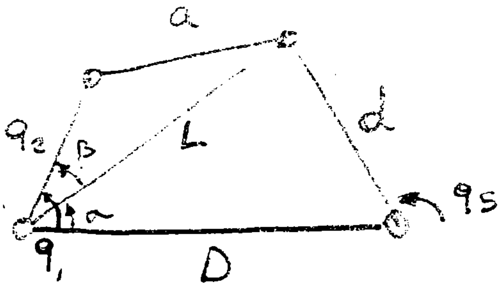
$\theta = q_1 + q_3 \Rightarrow$

$$\begin{cases} q_2^2 = (x - a_1 c_\theta)^2 + (y - a_1 s_\theta)^2 \\ q_1 = \mathrm{atan2}(y - a_1 s_\theta,\ x - a_1 c_\theta) \\ q_3 = \theta - q_1 \end{cases}$$

$\theta - \pi = q_4 + q_5 \Rightarrow$

$$\begin{cases} q_5 = \mathrm{atan2}(y + a_2 s_\theta,\ x - D + a_2 c_\theta) \\ q_4 = \theta - q_5 - \pi \end{cases}$$

- Quindi risolvendo geometricamente: ©



$$L = D^2 + d^2 - 2Dd\cos(\pi - q_5) = D^2 + d^2 + 2Dd\,C_5$$

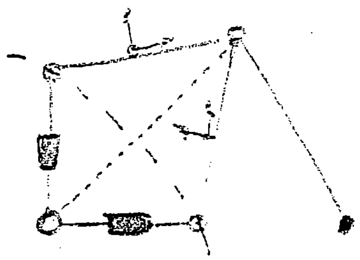
$$q_1 = \alpha + \beta$$

$$\frac{d}{S_\alpha} = \frac{L}{S_5} \Rightarrow S_\alpha = \frac{d}{L} S_5$$

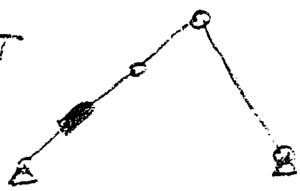
$$\frac{a}{S_\beta} = \frac{L}{S_3} \Rightarrow S_\beta = \frac{a}{L} S_3$$

Infine, trovato q_2 e q_3, q_4 e x, y, θ seguono facilmente

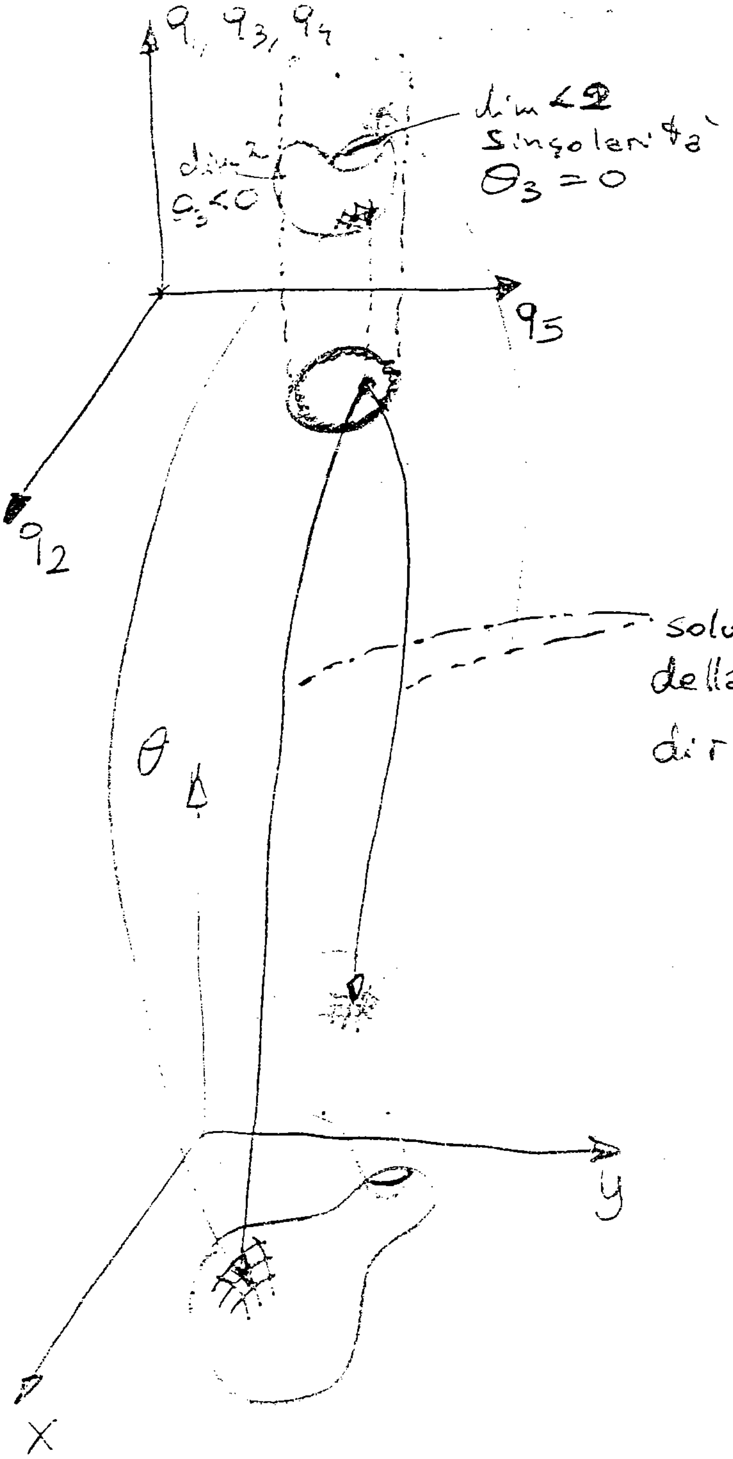
Si osservi che, per un generico valore di q_5, esistono 2 possibili determinazioni di q_3 e quindi X:



I due casi vengono a coincidere per $q_2^2 + a^2 = D^2 + d^2 + 2Dd\,C_5$ cioè $q_3 = 0 + k\pi$



Naturalmente, soluzioni per la cinematica diretta così semplici si ottengono solo per meccanismi altrettanto semplici.
Nei casi generali, sono necessari strumenti di calcolo automatico - di quali comunque è sempre necessaria una supervisione diretta dell'ingegnere.
È tipica la sostituzione $t_i = \tan q_i/2$, mediante la quale i vincoli sono trasformati in sistemi di equazioni polinomiali, per le quali esistono alcune tecniche numeriche, simboliche e miste. Allo stato dell'arte, comunque [illegible] è difficile



Si può tentare una descrizione grafica delle soluzioni del manipolatore parallelo "RPRRR" nei termini in figura

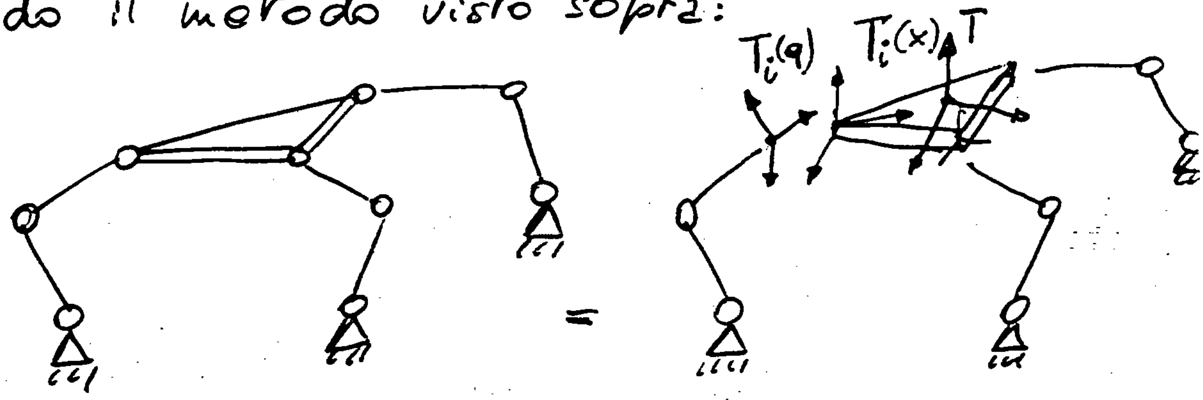
Si noti che, al di fuori della singolarità, soluzioni che appartengono ad una delle due varietà rimangono sulla stessa varietà per "piccole" variazioni di q_5

$\Rightarrow$ si può disambiguare la cinematica diretta se si conosce il valore iniziale di x, y, θ

Questo vale localmente, ma non ovunque: se la configurazione q raggiunge una singolarità, il sistema può cambiare varietà.

Cinematica delle catene chiuse

Consideriamo di nuovo un sistema in catena chiusa scomposto secondo il metodo visto sopra:



La velocità generalizzate (twist) di ogni terna $T_i(q_i)$ di gamba può essere scritta agevolmente derivando il Jacobiano geometrico della gamba stessa:

$$t_i^{(q)} = J_i(q)\,\dot{q}$$

La velocità generalizzata delle terne $T_i(x)$ le si ottiene in termini della velocità gener. della terna di E-E T_E usando le relazioni tra twist dello stesso corpo rigido

$$t_i^{(x)} = \begin{pmatrix} I & -{}_E\widehat{p_i} \\ 0 & I \end{pmatrix} t_E \triangleq B_i\, t_E$$

dove ${}_E p_i$ è il vettore che unisce l'origine di T_E all'origine di T_i

Le due relazioni, riscritte per ogni coppia di riferimenti e opportunamente impilate, divengono

$$t(q) \triangleq \begin{pmatrix} t_1(q) \\ t_2(q) \\ \vdots \\ t_N(q) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \vdots \\ J_N \end{pmatrix} \dot{q} \triangleq J\dot{q} \qquad t(x) \triangleq \begin{pmatrix} t_1(x) \\ t_2(x) \\ \vdots \\ t_N(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_N \end{pmatrix} t_E \triangleq B\, t_E$$

Per quanto riguarda i bilanci statici delle forze generalizzate (wrench), si ha ovviamente per i bracci $\tau = \sum_{i=1}^{N} J_i^T w_i$, dove w_i è la forza/coppia applicata nell'origine di $T_i(q) \Rightarrow \tau = \mathcal{J}^T w$, $w \triangleq \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_N \end{pmatrix}$

Per quanto riguarda l'equilibrio dell'end effector, si ha che il wrench W_E applicato alla terna T_E è bilanciato dalle forze/coppie w_i applicate in T_i attraverso la relazione

$$W_E = \sum_{i=1}^{N} \begin{pmatrix} I & 0 \\ {}_E\hat{p}_i & I \end{pmatrix} w_i \triangleq \sum_{i=1}^{N} G_i w_i$$

$$= \begin{pmatrix} G_1 & G_2 & \cdots & G_N \end{pmatrix} w \triangleq G w$$

La matrice G è nota nella letteratura sulle prese di mani per robot come matrice di grasp. Per dualità, vale ovviamente $G^T = B$.

I vincoli sui moti relativi delle terne $T_i(x)$ e $T_i(q)$ si riflettono in vincoli cinematici imponendo l'uguaglianza ~~delle oppor~~ componenti delle velocità generalizzate. Useremo la notazione F_i per una matrice la cui immagine coincide col sottospazio delle velocità generalizzate permesse dal vincolo i-esimo. Esempi

Giunto rotoidale di asse $\hat{a}$: $\quad F = \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{a} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{6\times 1}$

Giunto prismatico " " " : $\quad F = \begin{pmatrix} \hat{a} \\ 0 \end{pmatrix}$

Giunto sferico: $\quad F = \begin{pmatrix} \emptyset \\ I_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{6\times 3}$

Accoppiamento rigido: $\quad F = \emptyset \in \mathbb{R}^{6\times 1}$

Le direzioni di moto vincolate sono rappresentabili attraverso matrici di vincolo H_i tali che $\mathcal{N}(H_i) = \mathcal{R}(F_i)$.
I vincoli in velocità sono quindi scritti nella forma

$$\underbrace{t_i(q) - t_i(x)}_{\text{vel. relativa}} \in \underbrace{\mathcal{R}(F_i)}_{\text{vel. permesse}}$$

$$\Updownarrow$$

$$t_i(q) - t_i(x) \in \mathcal{N}(H_i) \Rightarrow H_i\left(t_i(q) - t_i(x)\right) = 0$$

$$\Rightarrow H_i\left(J_i \dot{q} - G_i^T t_E\right) = 0$$

Riscrivendo la relazione per tutti i vincoli, raccogliendo a destra $\dot{q}$ e t_E, e impilando opportunamente si ottiene

$$\begin{bmatrix} HJ & -HG^T \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q} \\ t_E \end{pmatrix} = 0$$

che significa che i soli moti del sistema compatibili con i vincoli sono dati da velocità dei giunti $\dot{q}$ e dell'end effector t_E che stanno nel kernel della matrice soprascritta.
Operando una scomposizione del vettore delle velocità dei giunti in corrispondenza a giunti attuati e non, cioè $\begin{pmatrix} \dot{q}_A \\ \dot{q}_{\bar{A}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_A \\ S_{\bar{A}} \end{pmatrix} \dot{q}$, questa equazione può essere riscritta nella forma

$$\begin{bmatrix} HJ_A & HJ_{\bar{A}} & -HG^T \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_A \\ \dot{q}_{\bar{A}} \\ t_E \end{pmatrix} = 0$$

dove si è posto

$$\left(J_A \,\vdots\, J_{\bar{A}}\right) = J \begin{pmatrix} S_A \\ S_{\bar{A}} \end{pmatrix}^{-1}$$

L'equazione cinematica dei vincoli ha la forma $A(\phi)\dot{\phi}=0$, con ϕ vettore di configurazione. Tutte le velocità ammissibili possono essere caratterizzate come combinazioni lineari, con coefficienti λ arbitrari, delle colonne di una matrice di base $N(\phi)$ per il $\mathcal{N}(A)$

$$A(\phi)\dot{\phi}=0 \iff \dot{\phi}=N(\phi)\lambda, \quad \text{se } AN=\emptyset \text{ e } \ker(N)=\{0\}$$

Si definiscono "Gradi di libertà" i coeff. λ

Nel caso specifico, una matrice di base per $\mathcal{N}[HJ_A \;\; HJ_{\bar{A}} \;\; -HG^T]$ avrà in generale una struttura di questo tipo: $\begin{pmatrix}\dot{q}_A\\ \dot{q}_{\bar{A}}\\ t_E\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}N_A\\ N_{\bar{A}}\\ N_E\end{pmatrix}\lambda$

Per $\lambda=\hat{\lambda}$, si trovano i moti combinati. Più in dettaglio, si ha:

$$\begin{pmatrix}\dot{q}_A\\ \dot{q}_{\bar{A}}\\ t_E\end{pmatrix}=\left(\begin{array}{c:c:c} N_{AR} & \emptyset & N_{AC}\\ N_{\bar{A}R} & \emptyset & N_{\bar{A}C}\\ \emptyset & N_{EL} & N_{EC}\end{array}\right)\begin{pmatrix}\lambda_R\\ \lambda_L\\ \lambda_C\end{pmatrix}$$

dove $\begin{pmatrix}N_{AR}\\ N_{\bar{A}R}\end{pmatrix}$ è una base del nullo di $(HJ_A \;\; HJ_{\bar{A}})$, e rappresenta moti dei giunti che lasciano fermo l'end-eff.

N_{EL} è una base di $\mathcal{N}(HG^T)$ e rappresenta i moti possibili per l'e-e. quando i giunti siano bloccati; mentre N_{AC}, $N_{\bar{A}C}$, N_{EC} rappresentano i moti dei giunti attuati, non attuati e dell'end-effector che si ottengono coordinatamente.

R sta per Ridondanti; L per Liberi; C per Coordinati

L'analisi può essere spinta ancora di più nel dettaglio, suddividendo le basi in basi di sottospazi nulli di tutti i blocchi:

$$\begin{pmatrix}\dot{q}_A\\ \dot{q}_{\bar{A}}\\ t_E\end{pmatrix}=\left(\begin{array}{c:c:c|c|c:c:c} N & 0 & N & 0 & N & 0 & N\\ 0 & N & N & 0 & 0 & N & N\\ 0 & 0 & 0 & N & N & N & N\end{array}\right)\lambda$$

I colonna : Ridond. attuati - fermi non attuati ed end-effector;
II " : Ridond. passivi - es. Stewart Platform;
III " : Ridond. combinata $A, \bar{A}$;
IV " : Moti Liberi E-E (indesiderabile)
V " : Coord. che lasciano fermi i passivi
VI " : Moti Liberi E-E + $\bar{A}$ (indesiderabile)
VII " : Moti coordinati di tutti i giunti (TIPICO)

Consideriamo il [illegible] :

$$\begin{cases} w_E = G H^T \tilde{w} \\ \tau = J^T H^T \tilde{w} \end{cases}$$

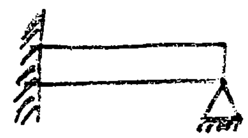
$\tilde{w} =$ * dove Hw sono le componenti di w effettivamente scambiate dai vincoli *

Scritte come eq. lineare in w:

$$\begin{pmatrix} w_E \\ \tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G H^T \\ J^T H^T \end{pmatrix} w \triangleq A^T w$$

Ponendo vincoli lisci, le forze vincolari non fanno lavoro – sono complementari – sui moti liberi $\Rightarrow w_v \in \mathcal{N}^\perp(H) = \mathcal{R}(H^T)$.

Se $\mathcal{N}(A^T) = \{\emptyset\}$, allora dati w_E e τ, <u>se</u> $\exists\, w$, questo è unico.
Se questo non è verificato, allora è impossibile determinare, a partire dal carico applicato sul manipolatore (w_E, τ), quali forze general. si scambino i suoi membri.
Il sistema si dice staticamente indeterminato, o anche iperstatico, quindi, se $\mathcal{N}(A^T) \neq \{\emptyset\}$.
Si osservi che $\mathcal{N}(A^T) = \mathcal{R}^\perp(A) = \mathcal{R}^\perp(HJ \;\; HG^T)$: si ha iperstaticità se esistono vincoli non indipendenti nel sistema!

e.g. 

Si può facilmente tenere conto di giunti attuati e non:

$$\begin{cases} w_E = G H^T \tilde{w} \\ \tau_A = J_A^T H^T \tilde{w} \\ \tau_{\bar{A}} = J_{\bar{A}}^T H^T \tilde{w} = 0 \end{cases}$$

Avendo discusso l'unicità, vediamo ora l'esistenza di soluzioni.
$\exists$ soluzione w per la prima equaz. solo se $w_E \in \mathcal{R}(GH^T)$; viceversa, se $w_E \notin \mathcal{R}(GH^T)$, non si può avere equilibrio. Tipicamente si progettano i manipolatori in modo da avere $\mathcal{R}^\perp(GH^T) = \mathcal{N}(HG^T) = \{\emptyset\}$, cioè senza permettere moti liberi dell'end-effector.
Se questo vale, allora tutte le soluzioni della prima equazione valgono $w = (GH^T)^R w_E + F y$ con $(GH^T)(GH^T)^R = I$
e F base di $\mathcal{N}(GH^T)$

lla sol. $w = (GH^T) w_E + P y$

l primo termine è una soluzione particolare, mentre il second
la soluzione omogenea, parametrizzata dal vettore di
oefficienti y. La sol. omogenea rappresenta forze
interne applicate dalle "gambe" all'end-effector, che non
si riflettono in alcuna azione risultante sull'e-estes
Le forze interne sono importanti ad esempio in proble-
mi di manipolazione, dove possono essere usate
per intensificare le forze di contatto ed accrescere
le forze di attrito, senza influenzare l'equilibrio
dell'oggetto manipolato.

Le coppie ai giunti che possono soddisfare l'eq. di equilibr
sono date da $$\tau_A = J_A^T H^T (GH^T)^R w_E + J_A^T H^T (P) y$$

da cui si vede come, per una data wrench esterna w_E, esistono
una infinità di possibili coppie ai giunti di ordine
pari alla dimensione dello spazio delle forze interne
($\mathcal{N}(GH^T)$), meno il numero di condizioni che consegue
dall'imporre $$\tilde{\tau}_{\bar{A}} = J_{\bar{A}}^T H^T (GH^T)^R w_E + J_{\bar{A}}^T H^T P y = \emptyset$$