Il criterio di Routh

Dato un polinomio $p(s)$, si usa il criterio di Routh per determinare il segno degli zeri del polinomio. Data quindi la matrice di un sistema continuo se ne calcola il polinomio caratteristico e con Routh si determina se il sistema é asintoticamente stabile o meno.
Sia $p(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \ldots + a_1 s + a_0$, dove $a_n \neq 0$, la tabella di Routh é data da:

$$\begin{array}{cccccc} n & a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \ldots \\ n-1 & a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \ldots \\ n-2 & b_1 & b_2 & b_3 & \ldots \\ n-3 & c_1 & c_2 & c_3 & \ldots \\ \vdots & & & & \\ 0 & & & & \end{array} \tag{1}$$

Dove $b_1 = \frac{a_{n-1} a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}$, $b_2 = \frac{a_{n-1} a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}}$, etc...
$c_1 = \frac{b_1 a_{n-3} - a_{n-1} b_2}{b_1}$, $c_2 = \frac{b_1 a_{n-5} - a_{n-1} b_3}{b_1}$, etc...
Se gli elementi della prima colonna di coefficienti della tabella di Routh hanno tutti lo stesso segno allora gli zeri del polinomio hanno tutti lo stesso segno.

- $p(s) = s^3 - 4s^2 + s + 6$
- $p(s) = s^4 + 2s^2 - s - 1$
- $p(s) = s^4 + s^3 - 3s^2 - s + 2$
- $p(s) = s^8 + s^7 + s^6 + s^5 + s^2 + 1$

Se ho un sistema discreto uso la trasformazione $z = -\frac{s+1}{s-1}$

- $p(z) = 3z^3 - 3z^2 + 5z + 3$