

## TEORIA DEL RECLUTAMENTO

Usiamo il modello di reclutamento per descrivere il comportamento elastico non lineare di un tessuto composito elastina/collagene.

Facciamo le seguenti ipotesi .

- Elastina e collagene sono gli unici componenti del tessuto e hanno un comportamento elastico indipendente
- Solo una piccola frazione di collagene è coinvolta
- Durante allungamento, la percentuale di collagene coinvolta aumenta e questa percentuale aumenta con la deformazione.
- La frazione di fibre che entra in azione dopo una deformazione  $\varepsilon'$  è data da:

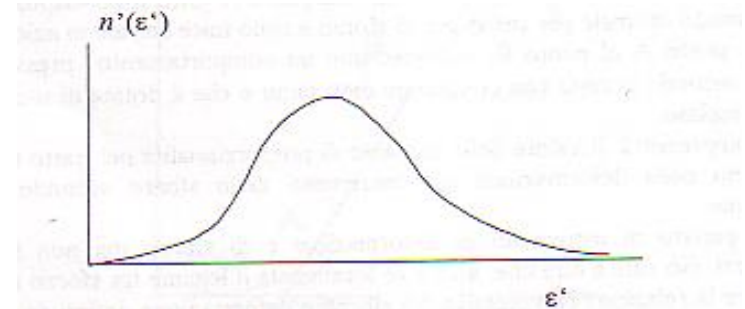
$$n'(\varepsilon')d\varepsilon$$

Dove  $n'(\varepsilon')$  è una funzione come:

Le nuove fibre reclutate producono uno stress

$$E_c (\varepsilon - \varepsilon')$$

Dove  $E_c$  è il modulo elastico di una fibra di collagene e  $(\varepsilon - \varepsilon')$  è la deformazione che queste fibre subiscono dal momento che entrano in azione.



Lo stress totale  $T_c$  esercitato dalle fibre fino alla deformazione  $\varepsilon$  è:

$$T_c(\varepsilon) = E_c \int_0^{\varepsilon} (\varepsilon - \varepsilon') n'(\varepsilon') d\varepsilon'$$

Adesso aggiungiamo il contributo di elastina che è sempre in azione interamente.

$$T_e = E_e \varepsilon$$

Lo stress totale è

$$T(\varepsilon) = E_e \varepsilon + E_c \int_0^{\varepsilon} (\varepsilon - \varepsilon') n'(\varepsilon') d\varepsilon'$$

Quindi il modulo elastico complessivo è

$$E(\varepsilon) = E_e + E_c \int_0^{\varepsilon} \left(1 - \frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right) n'(\varepsilon') d\varepsilon'$$

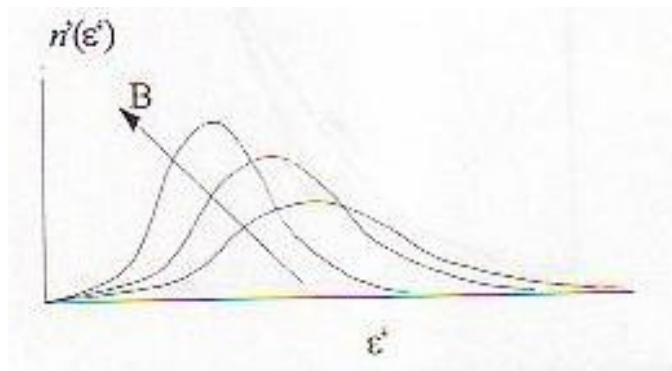
Adesso consideriamo le forme di  $n'(\varepsilon')$ , che descrivono la frazione di fibre che entrano in azione con aumento della deformazione. Una funzione semplice è:

$$A\varepsilon' \exp(-B\varepsilon')$$

Questa è una funzione con un valore iniziale di zero, un massimo e zero a  $\varepsilon' = \infty$ . Inoltre, l'integrale da 0 a  $\infty$  della funzione deve essere 1. Cioè, 100% delle fibre sono reclutate a deformazione infinito.

$$\int_0^{\infty} n'(\varepsilon') d\varepsilon' = 1$$

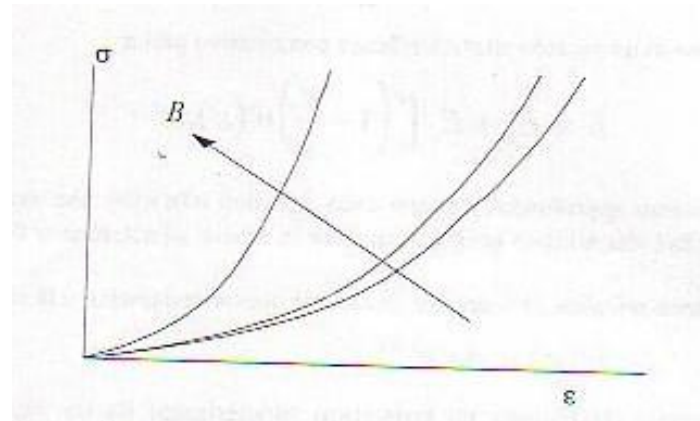
Questo si verifica quando  $A=B^2$ , e possiamo scrivere:  $n'(\varepsilon') = B^2 \varepsilon' \exp(-B\varepsilon')$



$B$  cambia la forma della curva ma non l'area totale

L'equazione finale è

$$E(\varepsilon) = E_e + E_c \left[ 1 - \frac{2}{B\varepsilon} \left\{ 1 - \exp(-B\varepsilon) - \frac{B\varepsilon}{2} \exp(-B\varepsilon) \right\} \right]$$



Plotteremmo la curva di stress e deformazione in funzione di B. Il modello descrive bene anche il comportamento dei vasi. *Cosa non puo descrivere?*