



Principi di Bioingegneria

A.A. 2024/25

Lezione

Bioimmagini

Vincenzo Catrambone, PhD

vincenzo.catrambone@unipi.it



Che cos'è una bioimmagine

Classificazioni delle bioimmagini

Caratteristiche delle bioimmagini

Analisi nello spazio

Analisi in frequenza

Definizione di una bioimmagine

Immagine: una rappresentazione spaziale o spazio-temporale delle proprietà di un sistema biologico, valutate tramite l'interazione con una forma di energia esterna o emessa spontaneamente dal sistema stesso.



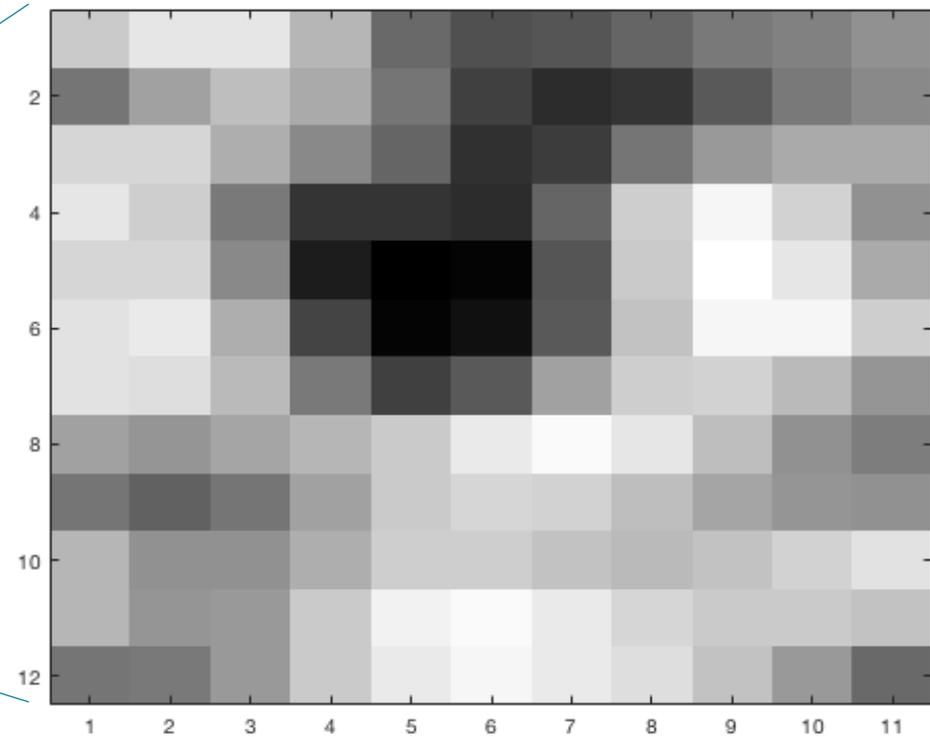
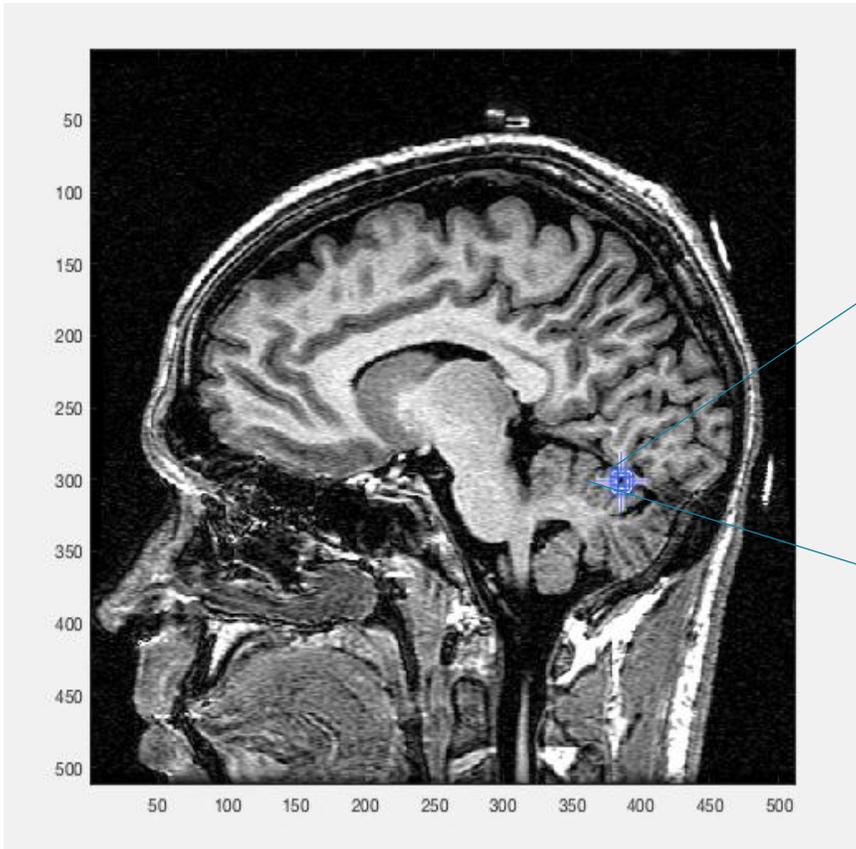
$$I(x, y)$$

La bioimmagine è rappresentabile come una funzione multidimensionale (dello spazio e/o del tempo) nella quale il valore in ogni punto rappresenta una proprietà fisica, o biologica, chimica, funzionale della porzione del sistema sotto studio, o una sua grandezza derivata.

Definizione di una bioimmagine

$I(x, y)$

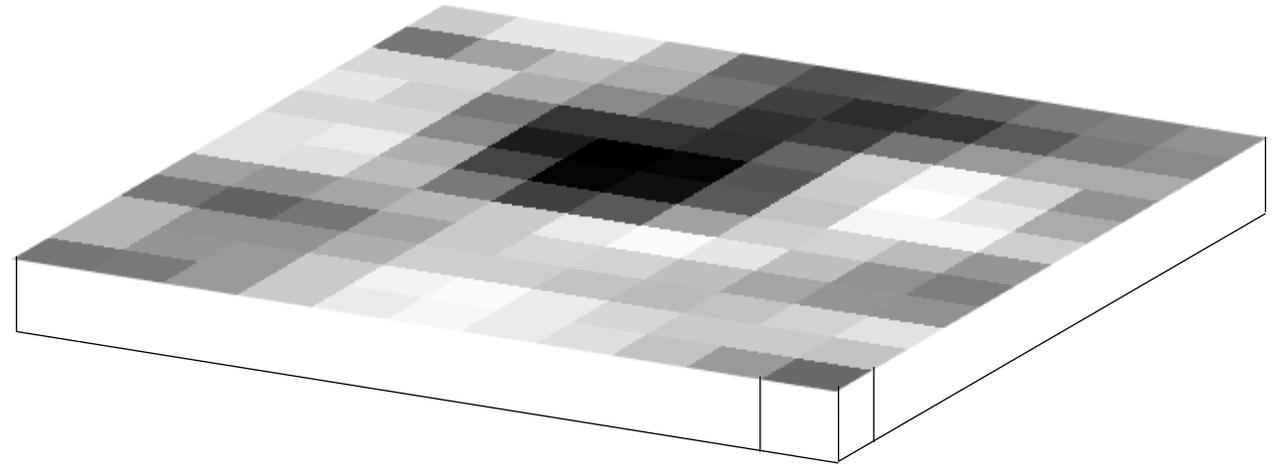
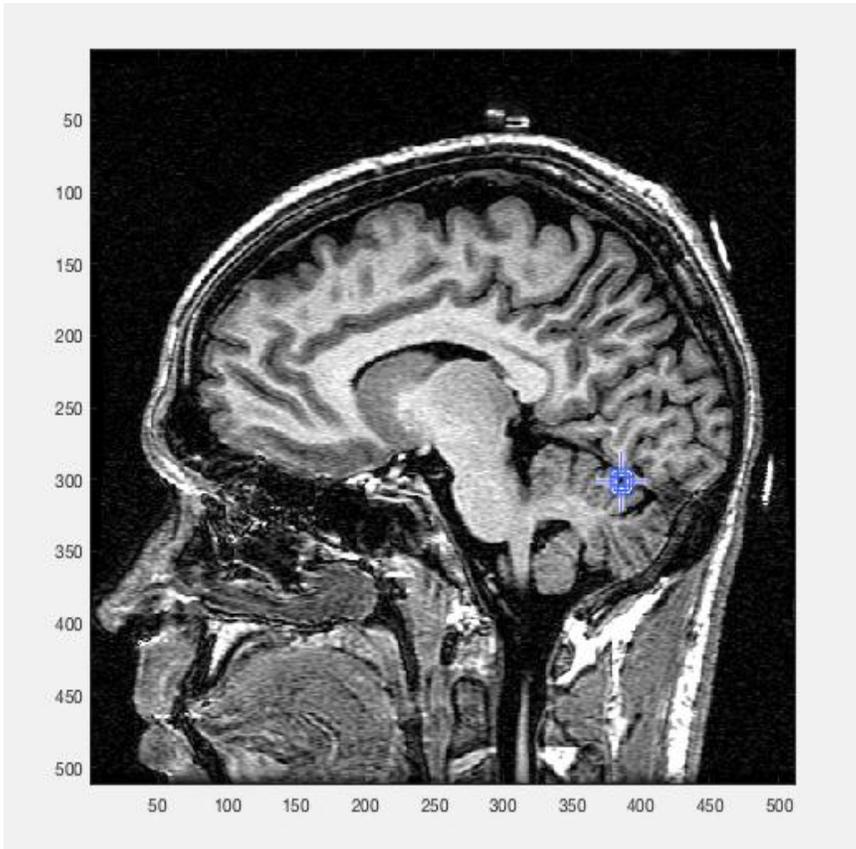
In questa immagine 2D da risonanza magnetica ogni punto (pixel) rappresenta le proprietà magnetiche di una porzione di tessuto



Definizione di una bioimmagine

$I(x, y)$

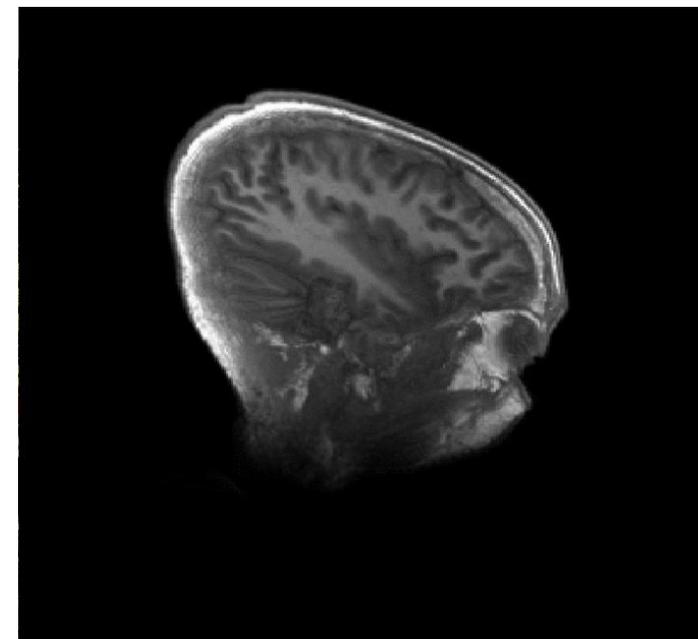
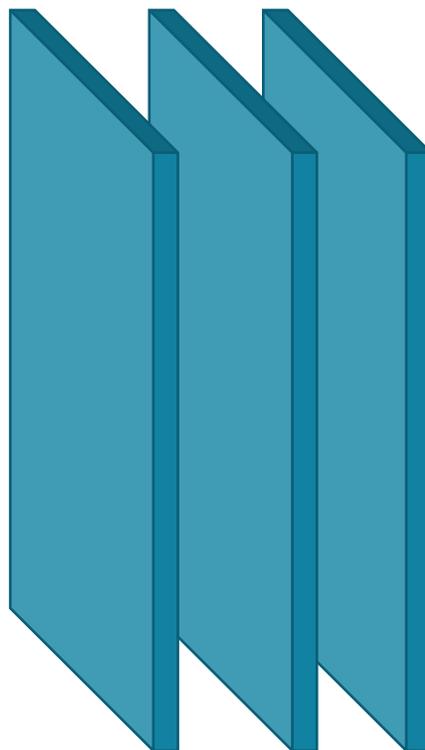
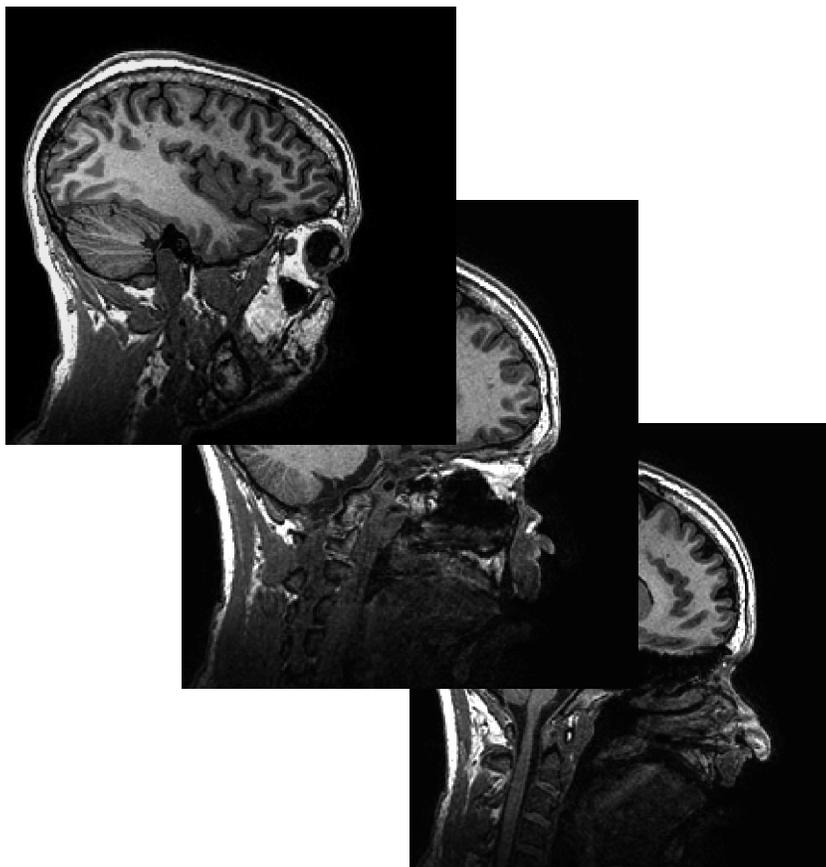
In realtà in questa immagine ogni punto rappresenta un volume 3D, si parla in questo caso di voxel (volume element) e non di pixel



Definizione di una bioimmagine 'volumetrica' o 'Tomografia'

$I(x, y, z)$

è possibile acquisire immagini volumetriche anche come stratificazione di immagini 2D

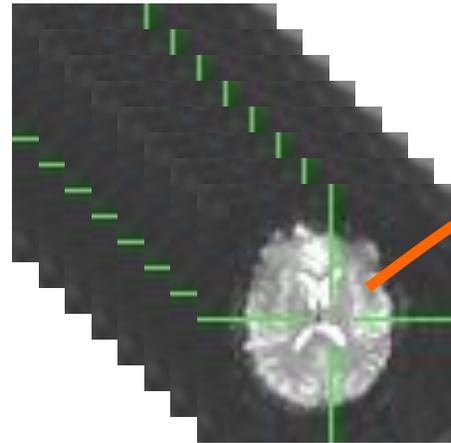


Definizione di una bioimmagine funzionale

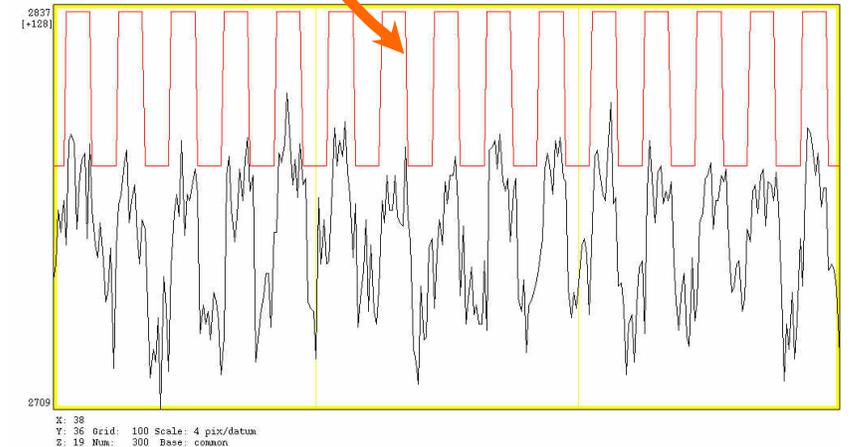
$$I(x, y, z, t)$$

Inoltre con le bioimmagini è possibile seguire un processo dinamico, quindi avremo una sequenza di bioimmagini

A destra abbiamo una bioimmagine acquisita in diversi istanti temporali



Questo è l'andamento nel tempo dell'intensità della bioimmagine in un determinato voxel

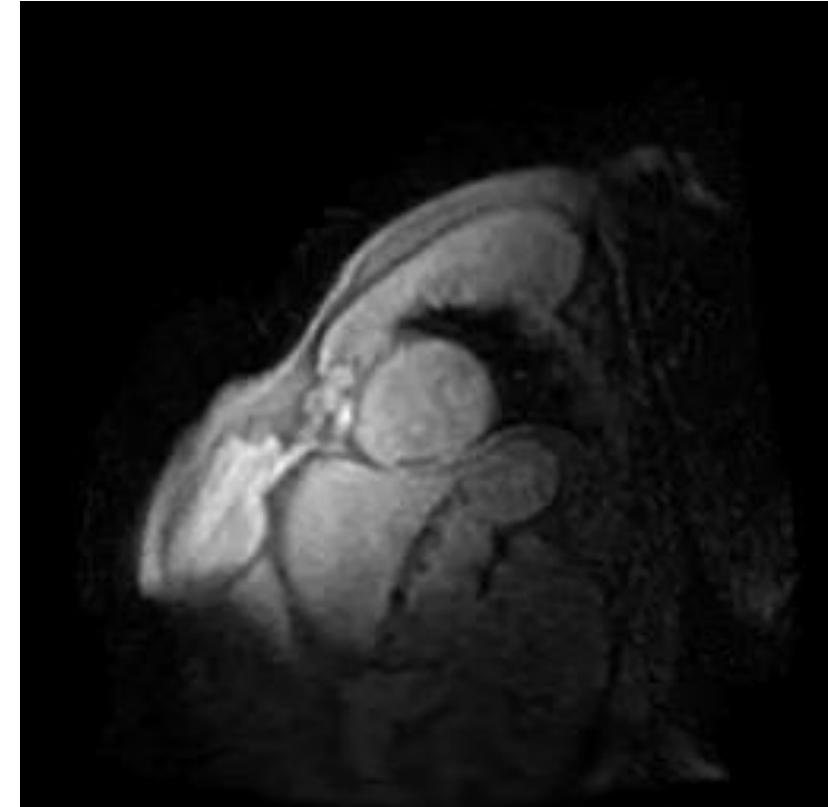
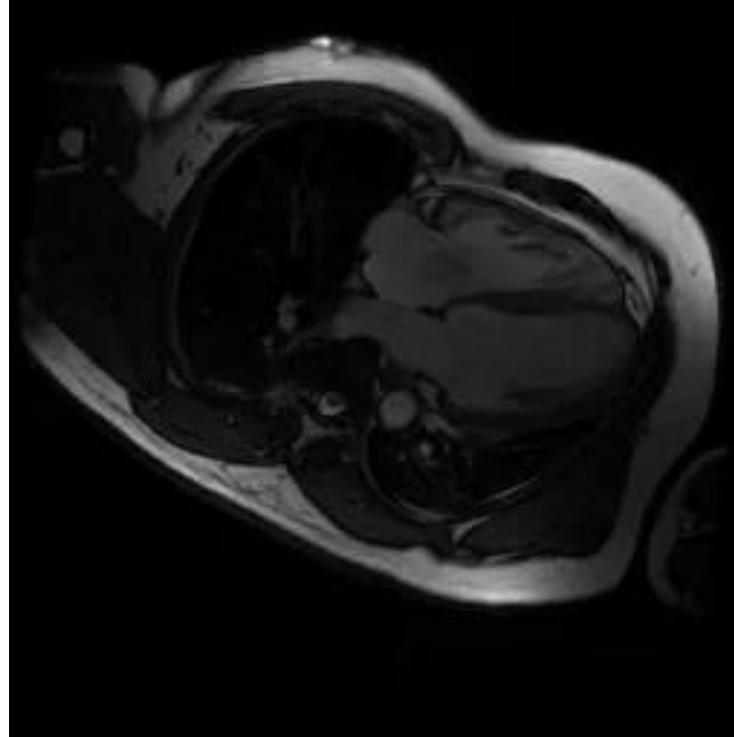


Bioimmagini funzionali

$$I(x, y, z, t)$$

Con le bioimmagini è possibile seguire un processo dinamico, quindi si avrà una sequenza di bioimmagini

L'analisi temporale può permettere di avere informazioni qualitative, funzionali e cliniche, importanti e anche quantitative per una modellistica degli organi, tessuti, flussi

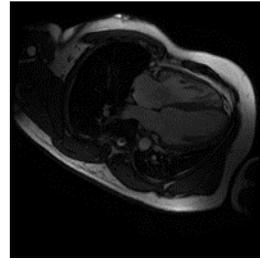


In alto una immagine che permette di vedere il movimento cardiaco, a destra un cuore con l'utilizzo di un "mezzo di contrasto"

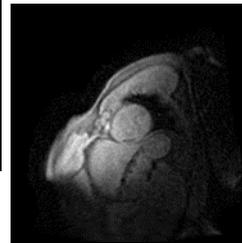
Non solo informazioni strutturali

Oltre alle informazioni anatomiche, si possono ottenere:

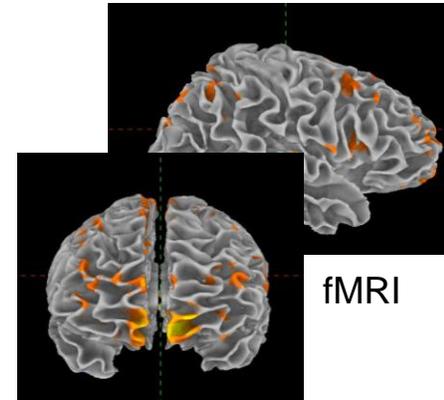
- Informazioni funzionali (Movimento, flussi)



MRI Fiesta

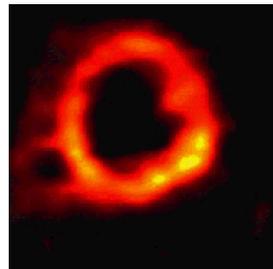


MRI Cash



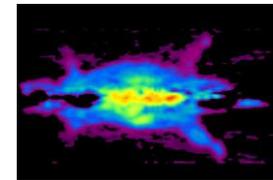
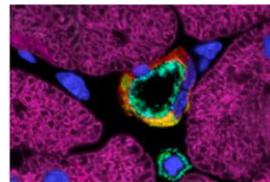
fMRI

- Informazioni metaboliche

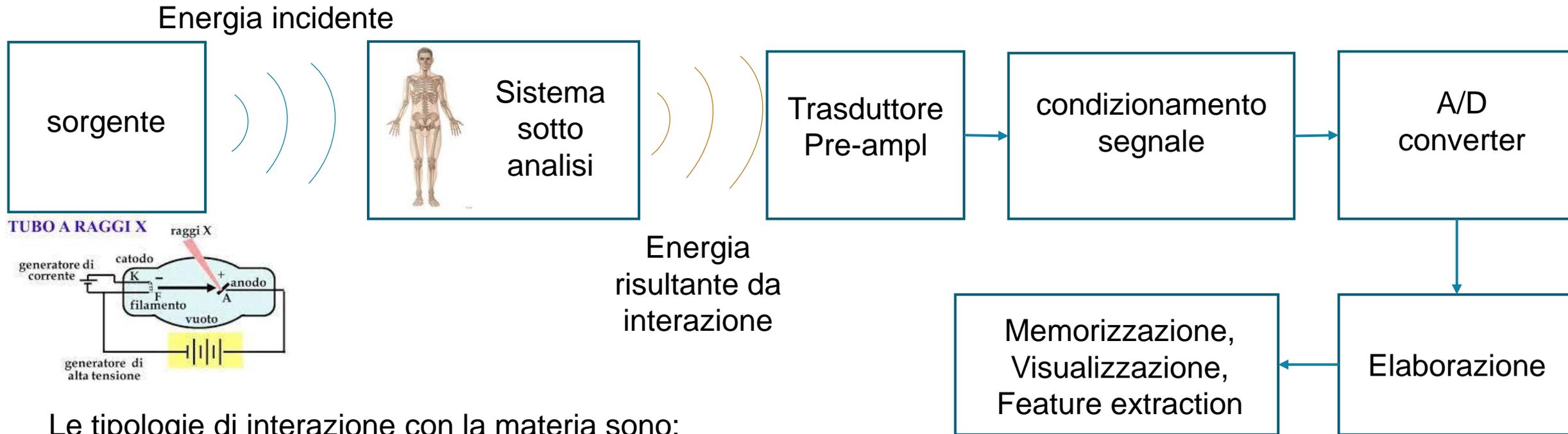


PET

- informazioni a livello molecolare e cellulare



Classificazione per forme di acquisizione: Immagine indotta



Le tipologie di interazione con la materia sono:

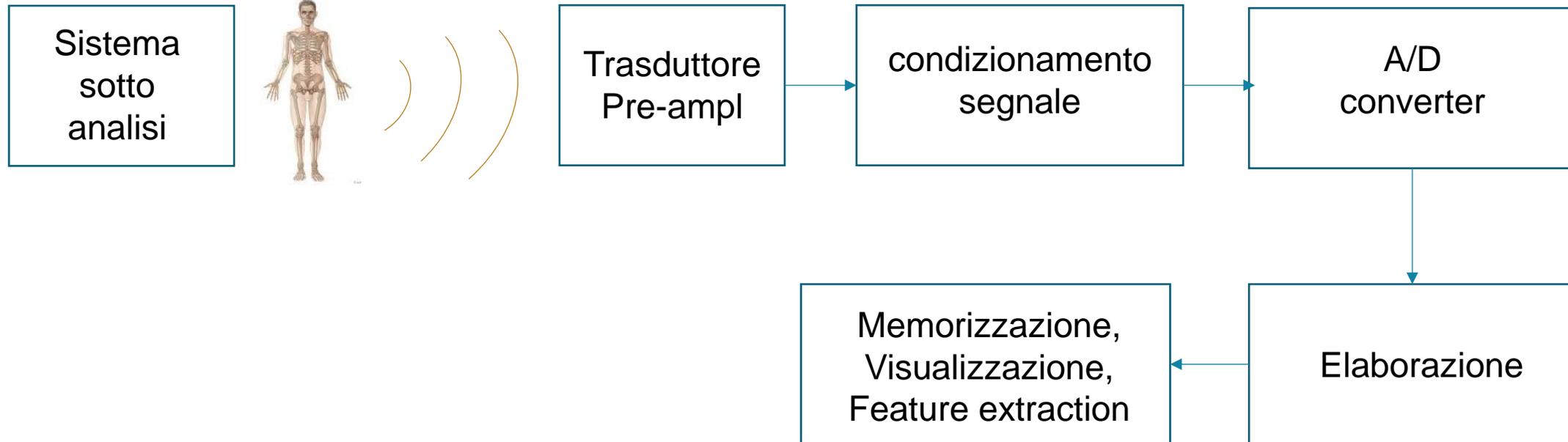
- assorbimento
- diffusione
- riflessione
- rifrazione

I principali fenomeni che vengono utilizzati sono l'assorbimento e la riflessione, mentre la disomogeneità tissutale provoca effetti diffusivi complessi che ne rendono difficile l'utilizzo.

Esempi:
radiografia, TC,
MRI, ultrasuoni

Classificazione per forme di acquisizione: Immagine spontanea

Energia emessa spontaneamente dal sistema

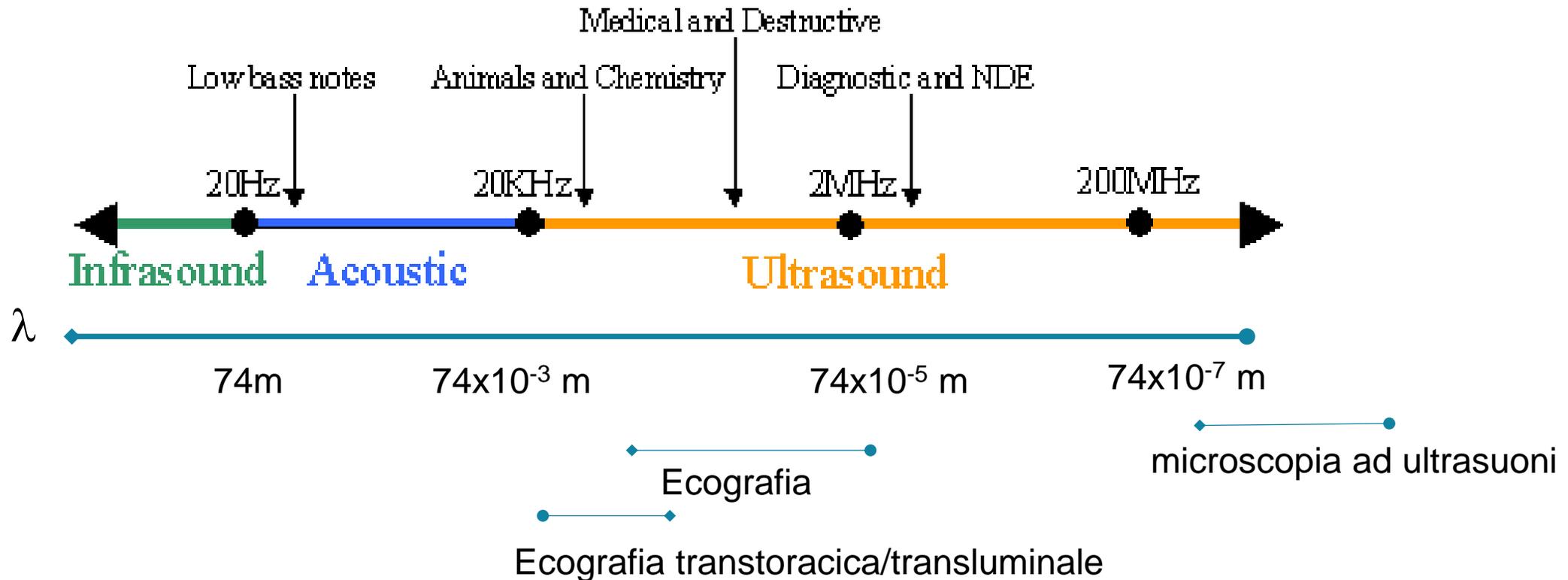


Esempi: termografia, elettrofisiologia

Caso particolare: nuclear imaging

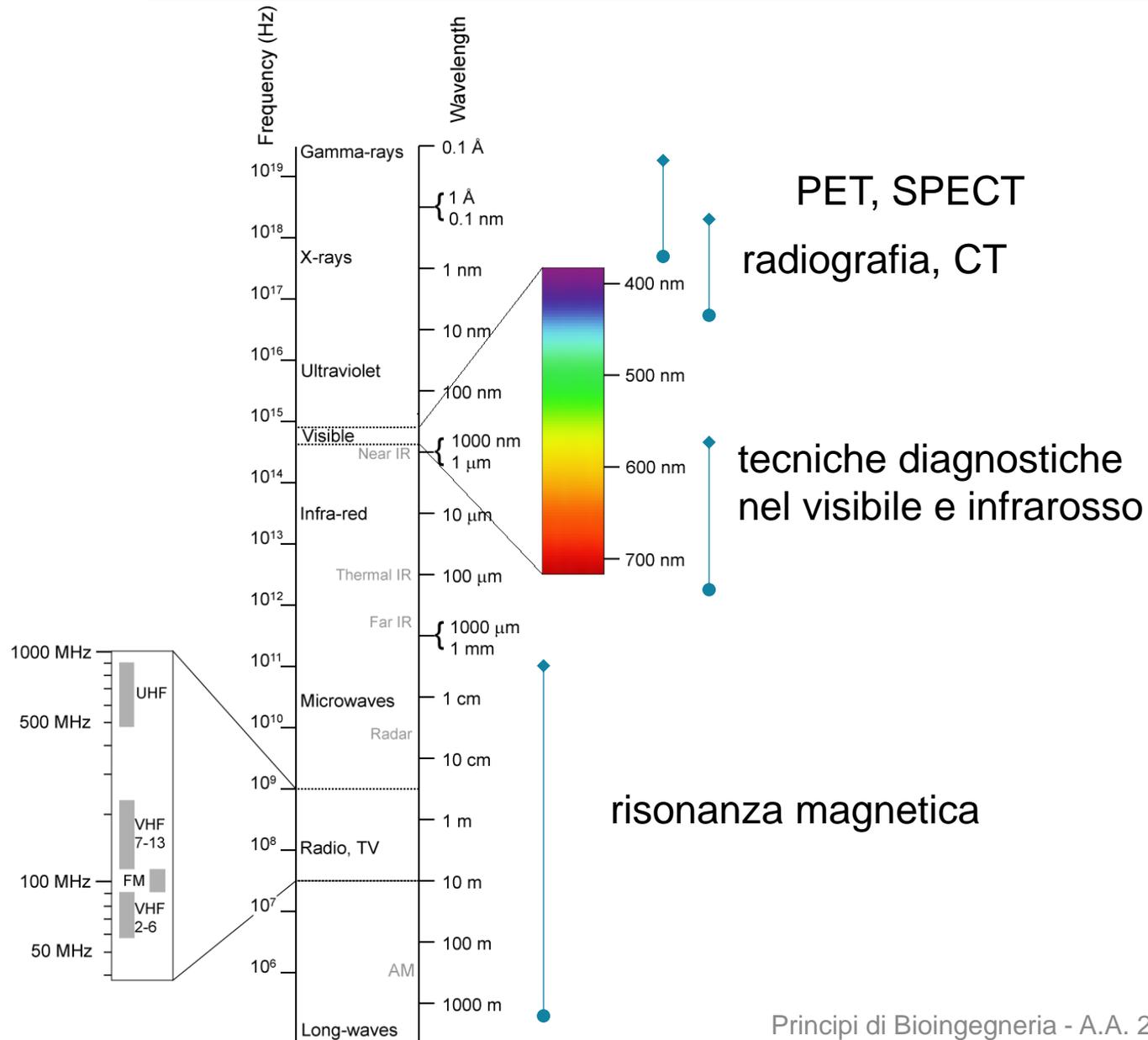
Classificazione per sorgente: Imaging da onde meccaniche

In figura è rappresentato lo spettro delle onde meccaniche, ordinato per frequenza (in alto) e lunghezza d'onda (in basso). Vi sono indicate solo le applicazioni di imaging in campo diagnostico. Lo stesso principio però può anche essere usato in ambito terapeutico (es: terapia a US)



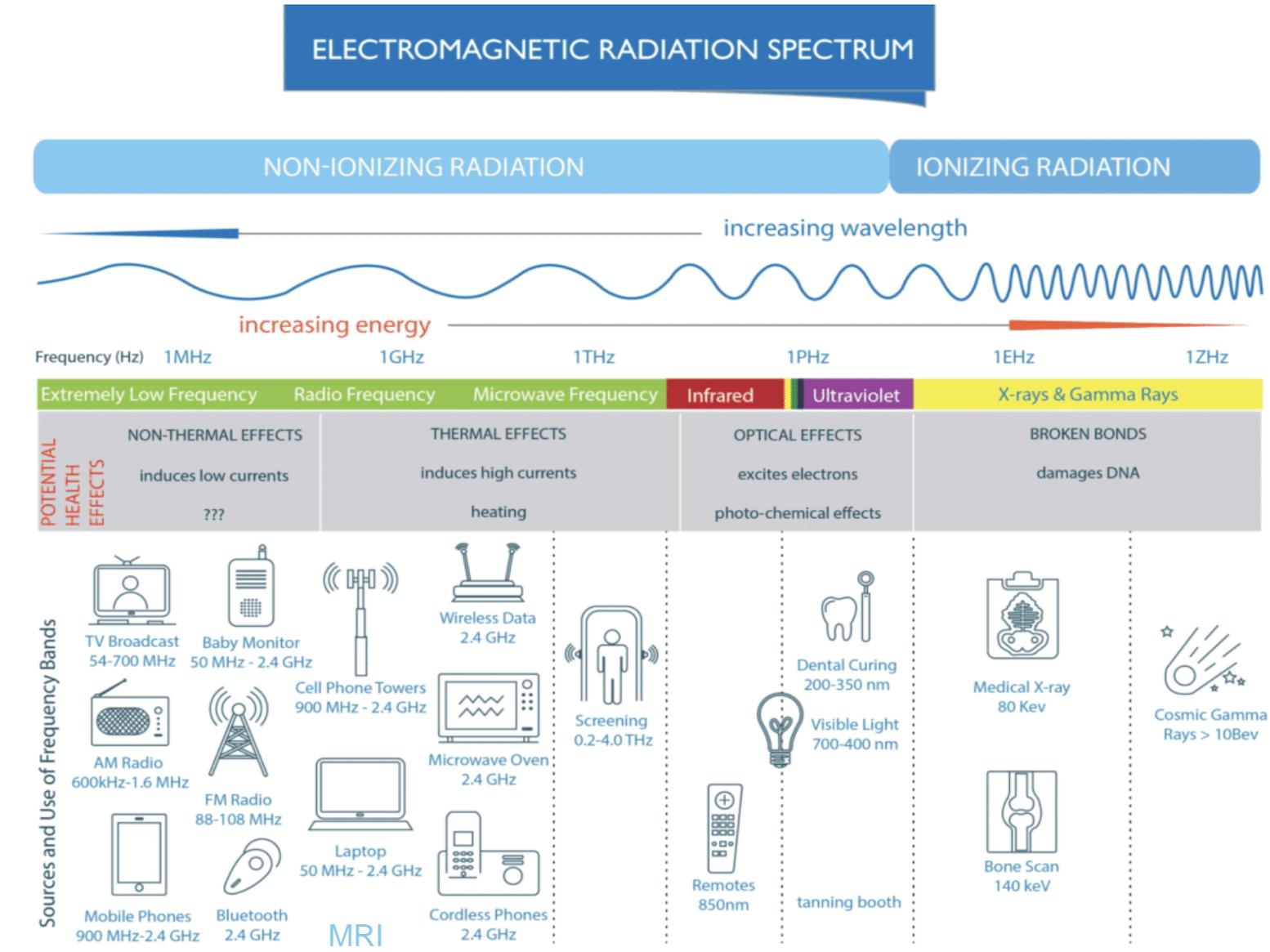
NDE: nondestructive evaluation

Classificazione per sorgente: Imaging di natura elettromagnetica



In figura è rappresentato lo spettro elettromagnetico, ordinato per frequenza (a sx) e lunghezza d'onda (a dx). Vi sono indicate solo le applicazioni di imaging in campo diagnostico. Le stesse onde EM vengono anche usate in ambito terapeutico con importanti applicazioni (es: radioterapia, magnetoterapia)

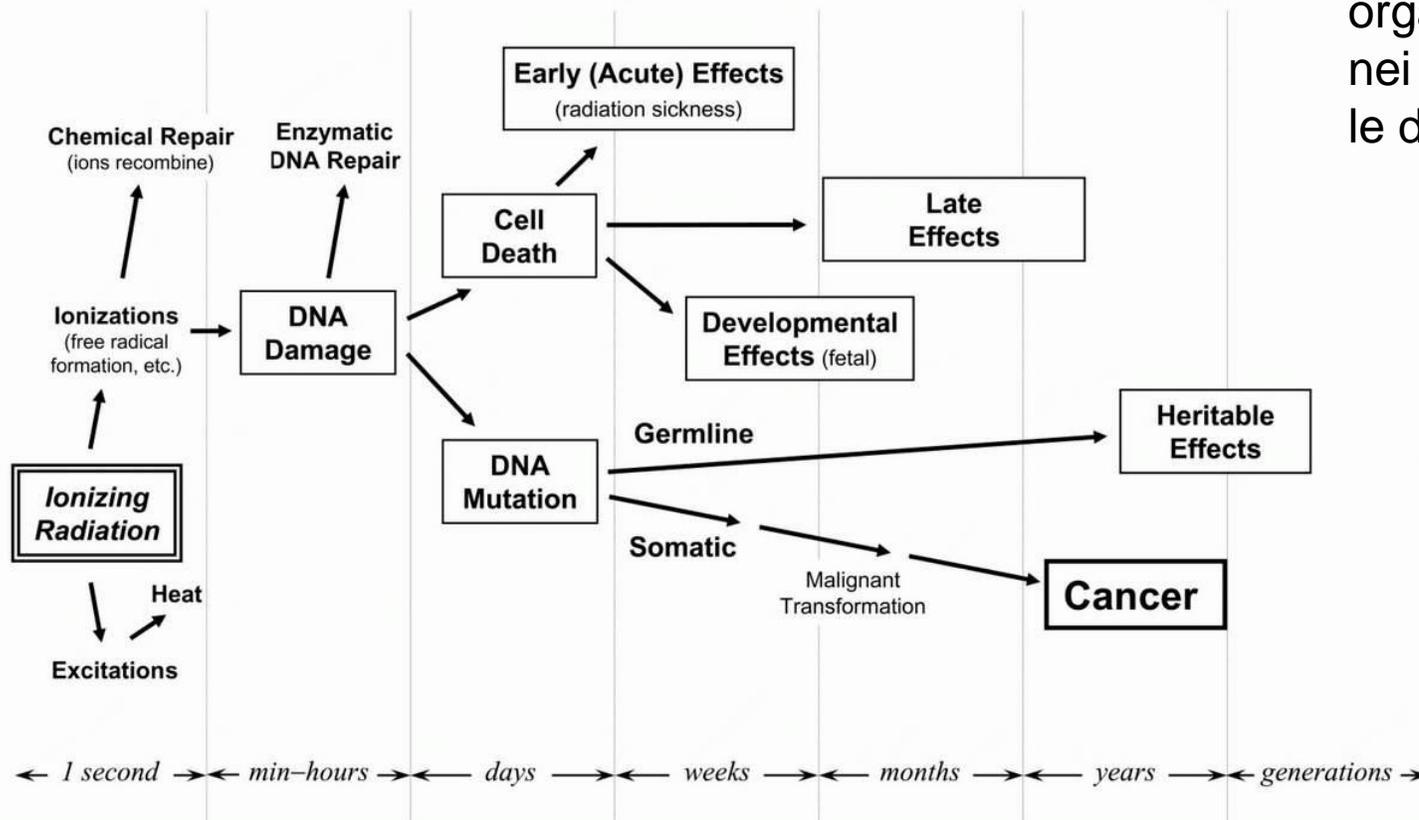
Classificazione per sorgente: onde ionizzanti o non-ionizzanti



Rischi biologici dalle radiazioni ionizzanti

Le radiazioni ionizzanti (la cui energia è tale da portare alla ionizzazione degli atomi delle cellule) sono potenzialmente dannose per i tessuti: il rischio collegato aumenta con la quantità di esposizione totale accumulata durante tutta la vita (ossia, ogni esposizione va a sommarsi alle precedenti) e può diventare causa di incremento del rischio di sviluppo di cancro, cataratte e ustioni della pelle.

Classic Paradigm of Radiation Injury



Il rischio dipende da diversi fattori: dose della radiazione, parametri relativi a età, genere, organo colpito, e altri. Tale rischio è maggiore nei soggetti giovani e leggermente più alto per le donne. $\text{RISCHIO} = \text{PROB} * \text{DANNO}$.

Tissue or Organ T ICRP 2007

Bone marrow	0.12	ICRP: international commission on radiological protection
Breast	0.12	
Colon	0.12	
Lung	0.12	
Stomach	0.12	
Bladder	0.05	
Gonads	0.05	
Liver	0.05	
Oesophagus	0.05	
Thyroid	0.05	
Skin	0.01	
Bone surface	0.01	
Brain	0.01	
Kidneys	0.01	
Salivary gland	0.01	
Remainder	0.10 (14)	

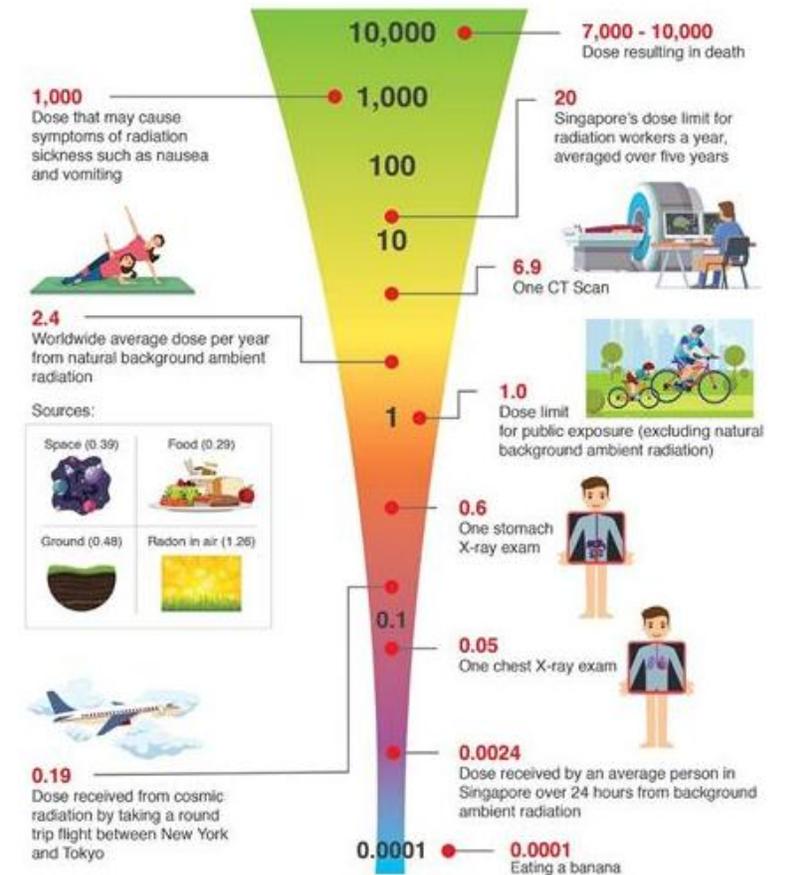
Rischi delle radiazioni ionizzanti

Per cui è importante la radioprotezione, e l'attenzione al rapporto costo-beneficio

Acute Radiation Exposure in Sieverts (rems) → Treatment required	0–1 Sv (0–100)	1–2 Sv (100–200)	2–6 Sv (200–600)	6–10 Sv (600–1000)	10–50 Sv (1000–5000)	>50 Sv (>5000)
Overall treatment plan	None needed	Reassurance and hematologic surveillance Observation	Blood transfusion and antibiotics Effective	Consider bone marrow transplant Therapy Promising	Maintenance of electrolyte balance Palliative	Sedatives Palliative
Incidence of vomiting	None	5% at 1 Sv (100 rem); 50% at 2 Sv (200 rem)	100% at 3 Sv (300 rem)	100%	100%	100%
Delay time prior to vomiting	N/A	3 h	2 h	1 h	30 min	30 min
Leading organ affected	None	Blood-forming tissue	Blood-forming tissue	Blood-forming tissue	GI tract	CNS
Characteristic Sign(s)	None	Mild leukopenia	Severe leukopenia; hemorrhage; hair loss above 3 Sv (300 rems)	Severe leukopenia; infections; erythema	Diarrhea; fever; electrolyte imbalance	Convulsions; tremor; ataxia; lethargy
Critical period post exposure	N/A	N/A	4–6 wk	4–6 wk	5–14 d	1–48 h
Prognosis	Excellent	Excellent	Good	Guarded	Hopeless	Hopeless
Incidence of death	None	None	0–80%	80%–100%	90%–100%	90%–100%
Cause of death	N/A	N/A	Hemorrhage and infection	Hemorrhage and infection	Circulatory collapse	Respiratory failure and brain edema

Effective Radiation Dose

(Unit: millisievert = mSv)



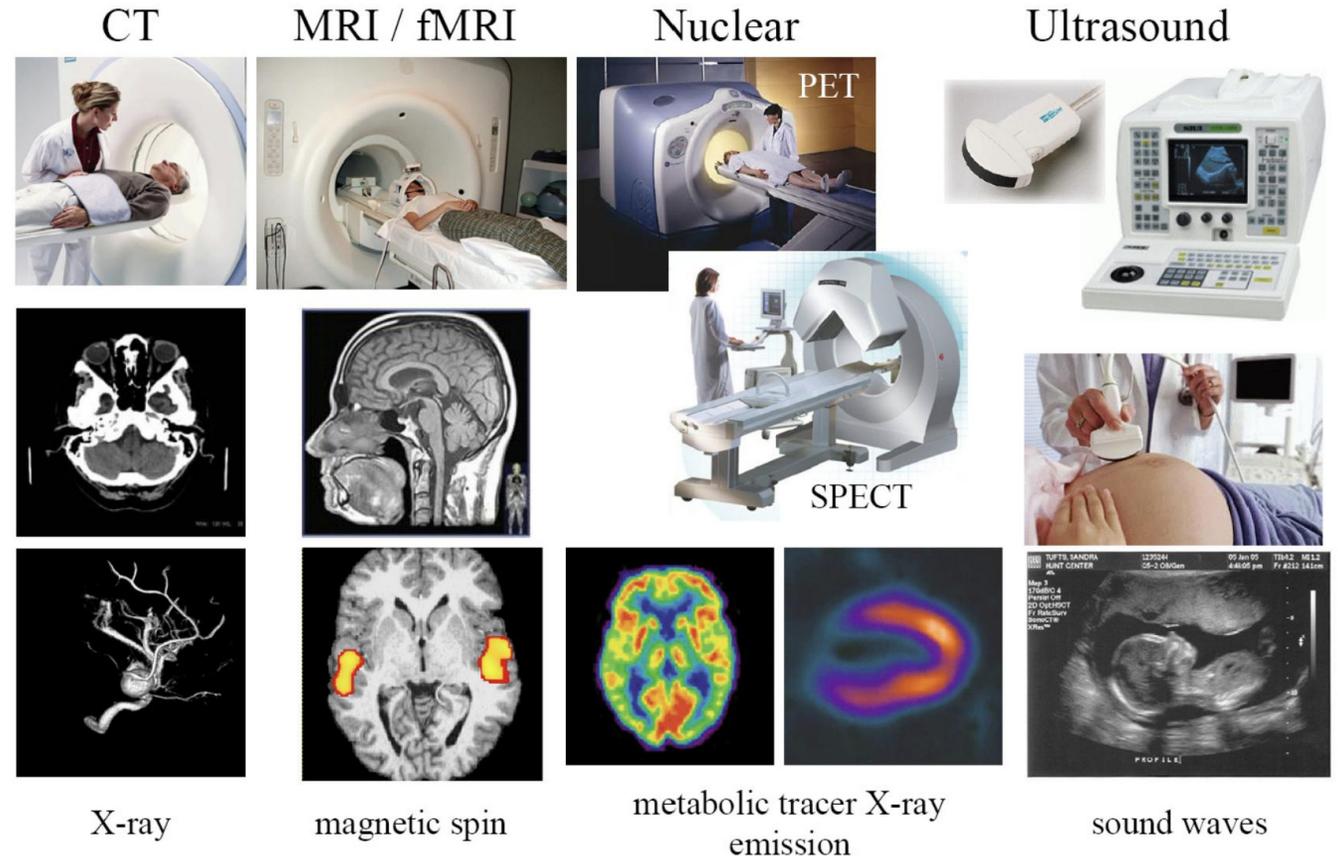
Principio di acquisizione

I diversi tessuti possono avere alcune proprietà fisiche simili, e quindi una simile risposta ad un certa forma di energia, ma essere molto diverse per altre proprietà fisiche, e quindi risposte molto diverse rispetto ad una seconda forma di energia, ad esempio muscolo e acqua sono molto simili in quanto ad attenuazione ai raggi X ma sono molto diversi nel range delle frequenze visibili.

Nell'ambito biomedico, le bioimmagini permettono di fornire una rappresentazione sia grafica che quantitativa di organi, tessuti e apparati cogliendone specifiche proprietà.

Le biommagini, così come le immagini in generale, colgono quindi un numero limitato, ma significativo, di aspetti del sistema sotto studio.

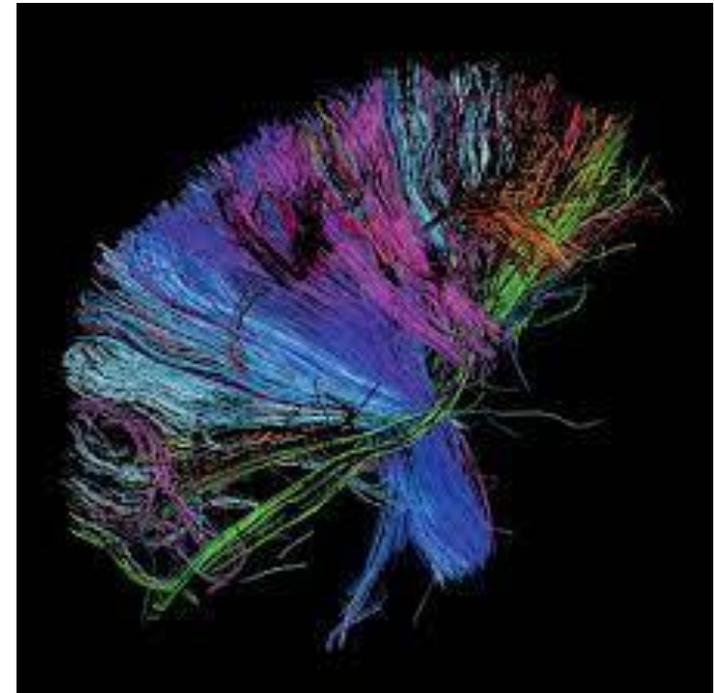
Si parte quindi dalla conoscenza del principio fisico in studio e delle proprietà dei diversi tessuti associate a quel principio.



Caratterizzazione delle bioimmagini

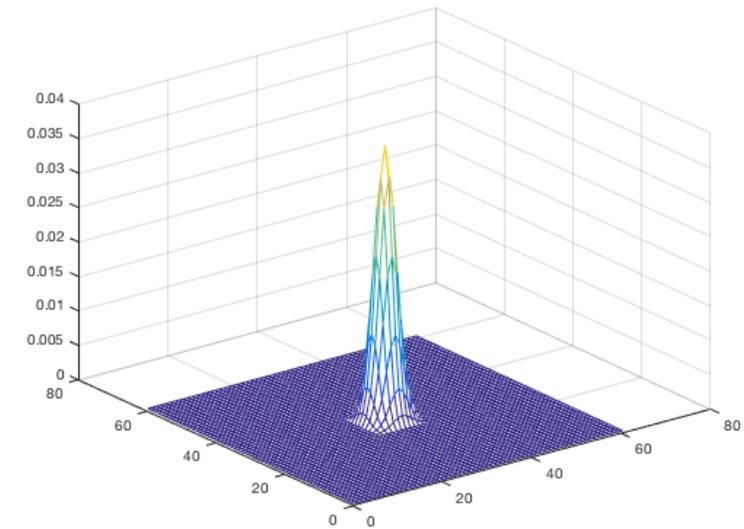
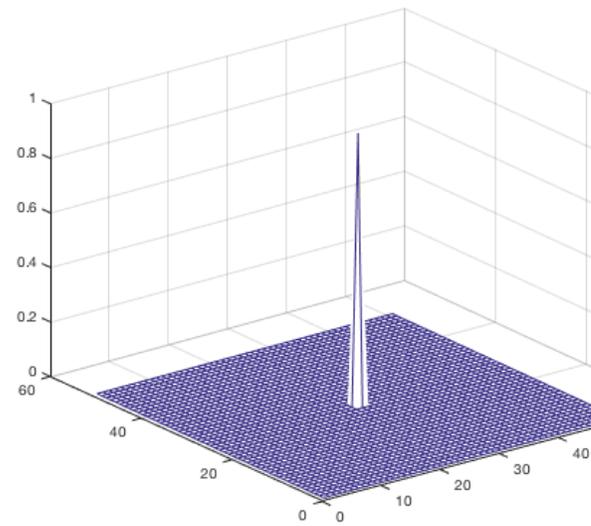
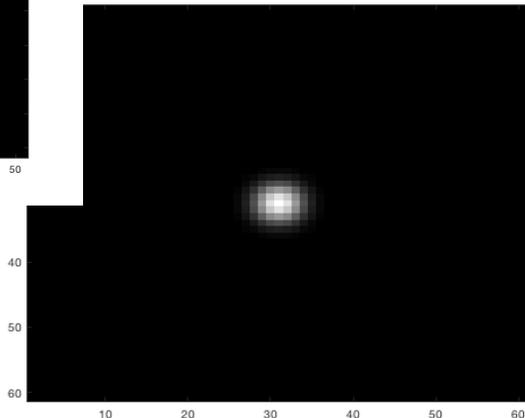
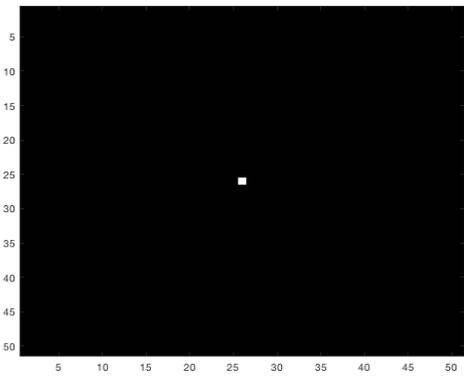
Dal modo in cui i diversi tessuti si differenziano nelle loro proprietà fisiche/meccaniche/elettromagnetiche, e dalla tecnologia usata per l'acquisizione delle bioimmagini, ne derivano i seguenti parametri descrittivi, che sono fondamentali per la caratterizzazione delle bioimmagini:

- Risoluzione (spaziale, temporale, di ampiezza)
- Contrasto
- Rapporto segnale-rumore, e rapporto contrasto-rumore



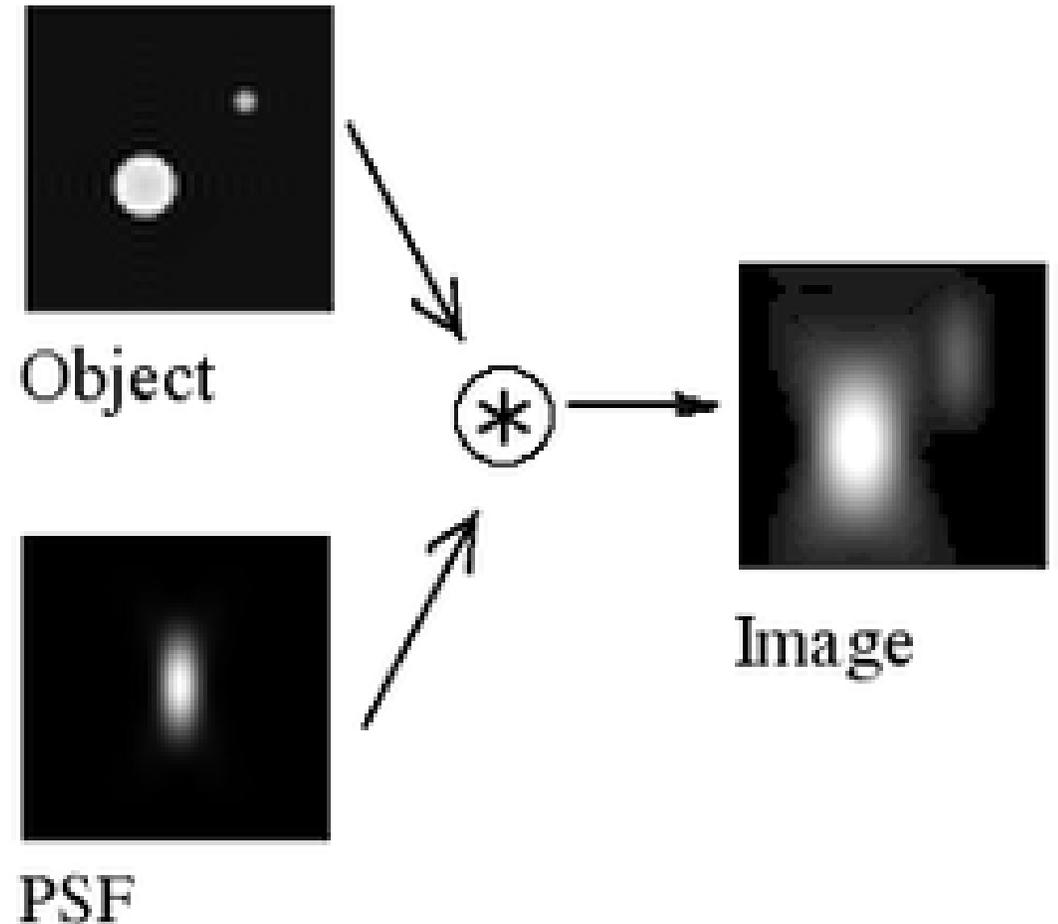
Risoluzione Spaziale

È definita come la dimensione della più piccola struttura che può essere distinta, o della minima distanza tra due punti affinché questi siano distinguibili, e dipende dal sistema di imaging. La dimensione del pixel è spesso associata alla risoluzione spaziale, in quanto a parità di campo di vista un maggior numero di pixel corrisponde ad una minore superficie rappresentata dal pixel e quindi ad una maggiore risoluzione dell'immagine. Ma il numero di pixel non è l'unica variabile in gioco, infatti le prestazioni di un sistema di imaging dal punto di vista della risoluzione spaziale vengono spesso descritte definendo la *Point Spread Function* (PSF) che indica come un punto (elemento di dimensioni infinitesime) del bersaglio verrà rappresentato nell'immagine finale. La PSF rappresenta quindi la risposta impulsiva nel campo dell'elaborazione numerica delle immagini, ovvero la risposta impulsiva che il sistema di imaging introduce all'elemento reale rappresentato dall'immagine stessa. Si può pensare che la PSF sta a un'immagine come la risposta impulsiva sta a un segnale monodimensionale.



Point Spread Function

Il grado di diffusione (offuscamento, blurring) nell'immagine di un oggetto puntiforme per un sistema di imaging è una misura della qualità del sistema stesso. Nei sistemi di imaging lineari, il processo di formazione dell'immagine è appunto lineare nell'intensità dell'immagine e descritto dalla teoria dei sistemi lineari. Ciò significa che quando due oggetti A e B vengono ripresi simultaneamente da un sistema di imaging lineare, l'immagine risultante è uguale alla somma degli oggetti ripresi (c'è sovrapposizione degli effetti). In altre parole: l'immagine di A non è influenzata dall'immagine di B e viceversa. Nei sistemi spazio-invarianti, cioè quelli in cui la PSF è la stessa ovunque nello spazio di imaging, la rappresentazione (bi- o tri-dimensionale) di un oggetto complesso è quindi la convoluzione (bi- o tri- dimensionale) di quell'oggetto e della PSF (che sarà essa stessa 2D o 3D).

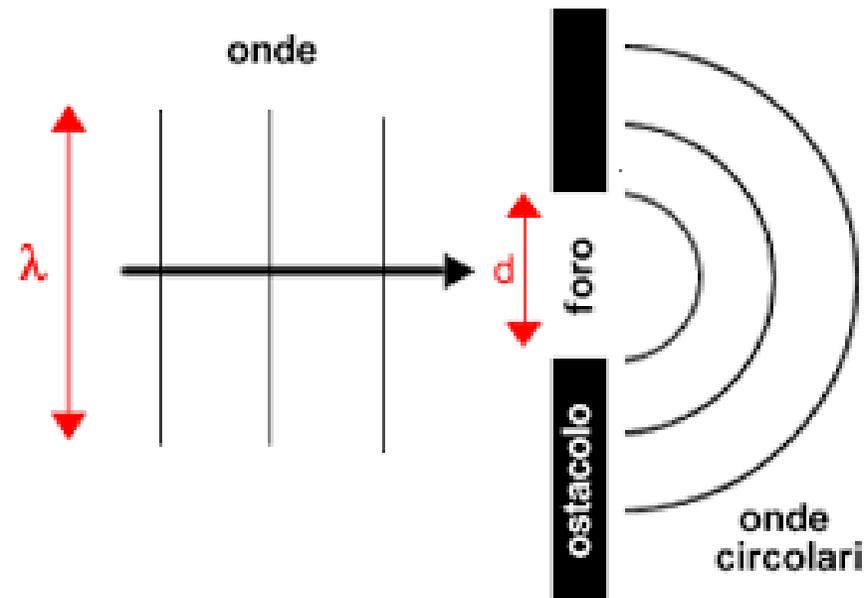


La Risoluzione Spaziale

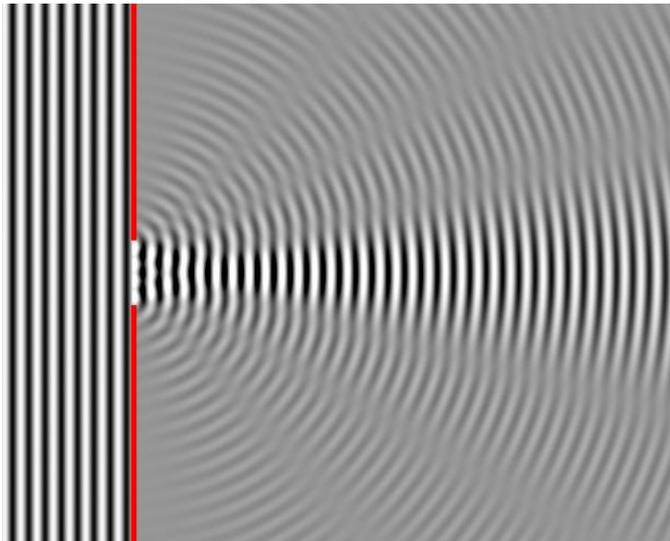
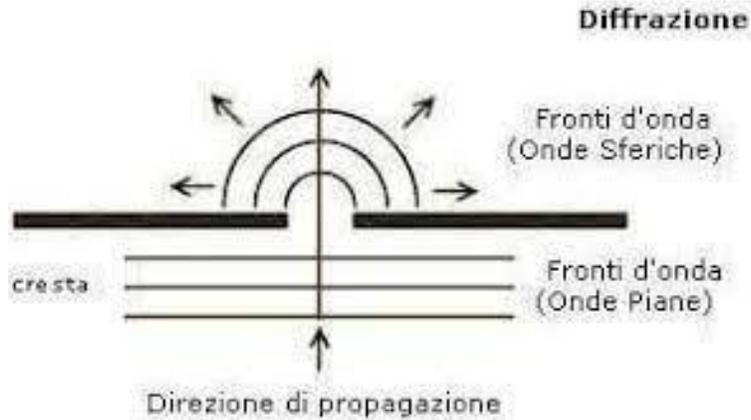
E' la capacità del sistema di distinguere due punti vicini.

Dipende dalle caratteristiche del sistema e nei sistemi che sfruttano la riflessione o la trasmissione delle onde limita la visualizzazione a oggetti di dimensioni maggiori della lunghezza d'onda.

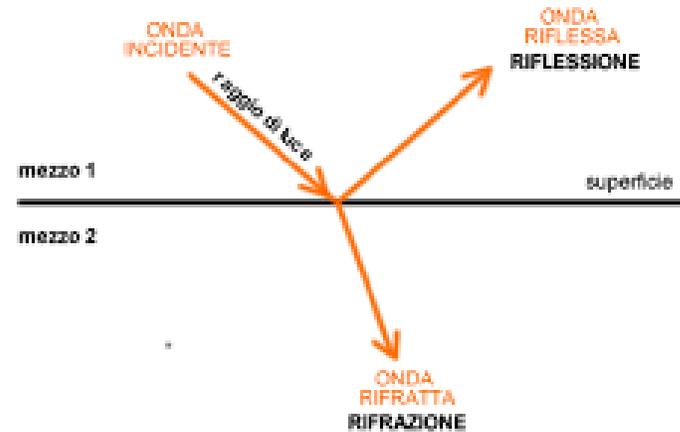
Infatti i fenomeni di diffrazione limitano la capacità di visualizzare oggetti di dimensioni paragonabili o inferiori alla lunghezza d'onda.



Lunghezza d'onda e risoluzione spaziale



Quando un'onda incontra una discontinuità di dimensioni relativamente piccole si assiste al fenomeno della diffrazione (che si distingue dalla riflessione e dalla rifrazione) che può consistere in un cambiamento dei fronti dell'onda



Questo fenomeno si osserva anche con le onde acustiche (si ha un limite di risoluzione che è pari a circa metà della lunghezza d'onda)

Esempi di diffrazione



Logiurato, Fabrizio. (2011). Teaching Waves with Google Earth. Physics Education. 47. 10.1088/0031-9120/47/1/73.

Figure 1: Wave diffraction through an opening: a) Alexandria of Egypt, 12/14/2010, coordinates: $31^{\circ} 12' 28.56'' N$, $29^{\circ} 53' 34.66'' E$; b) Théoule-sur-Mer, France, 10/26/2006, coordinates: $43^{\circ} 31' 54.86'' N$, $6^{\circ} 56' 59.41'' E$. c) Wave diffraction causes circular erosion of the beach: Campo di Mare, Italy, 4/18/2010, coordinates: $40^{\circ} 32' 27.33'' N$, $18^{\circ} 04' 09.17'' E$.

Esempi di diffrazione



Figure 2: a) Diffraction produced by a boat: Cyprus, 7/7/2007, coordinates: $34^{\circ} 56' 27.21'' N$, $33^{\circ} 39' 17.36'' E$. b) Diffraction of waves against the end of a protection barrier: La Grande-Motte, France, 8/21/2006, coordinates: $43^{\circ} 33' 18.71'' N$, $4^{\circ} 05' 20.01'' E$.

Esempi di diffrazione

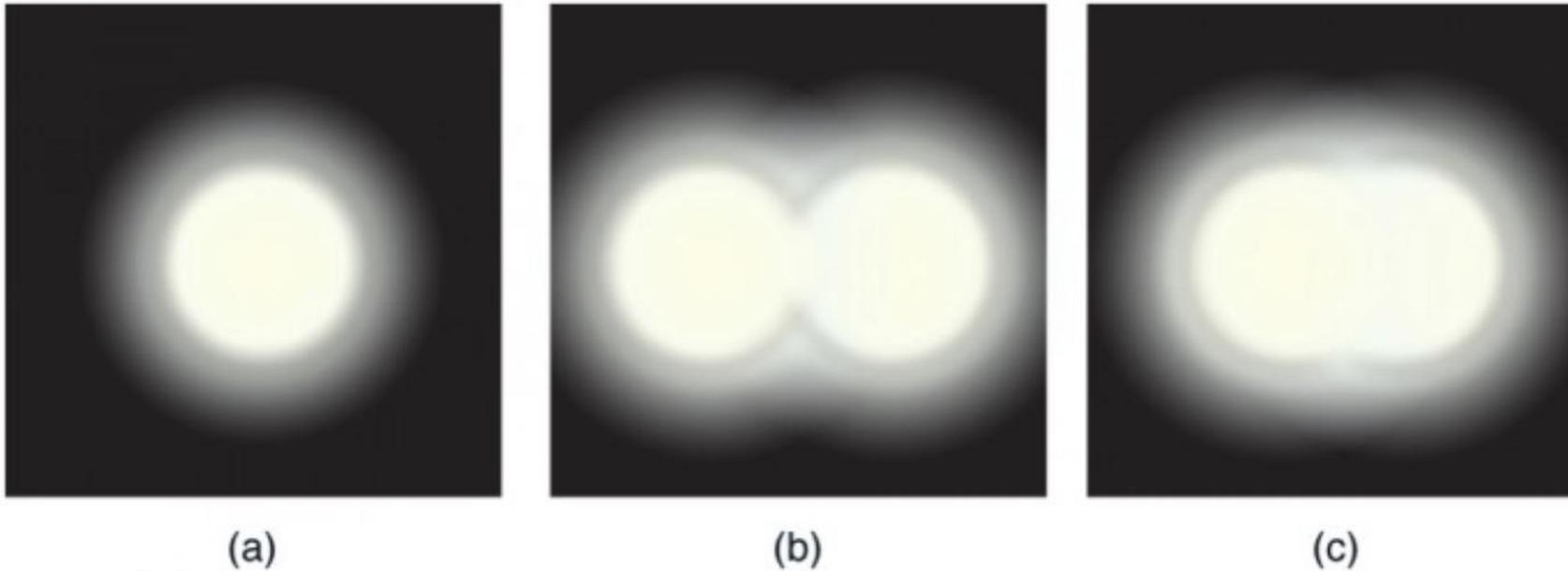


Figure 1. (a) Monochromatic light passed through a small circular aperture produces this diffraction pattern. (b) Two point light sources that are close to one another produce overlapping images because of diffraction. (c) If they are closer together, they cannot be resolved or distinguished.

Esempi di diffrazione

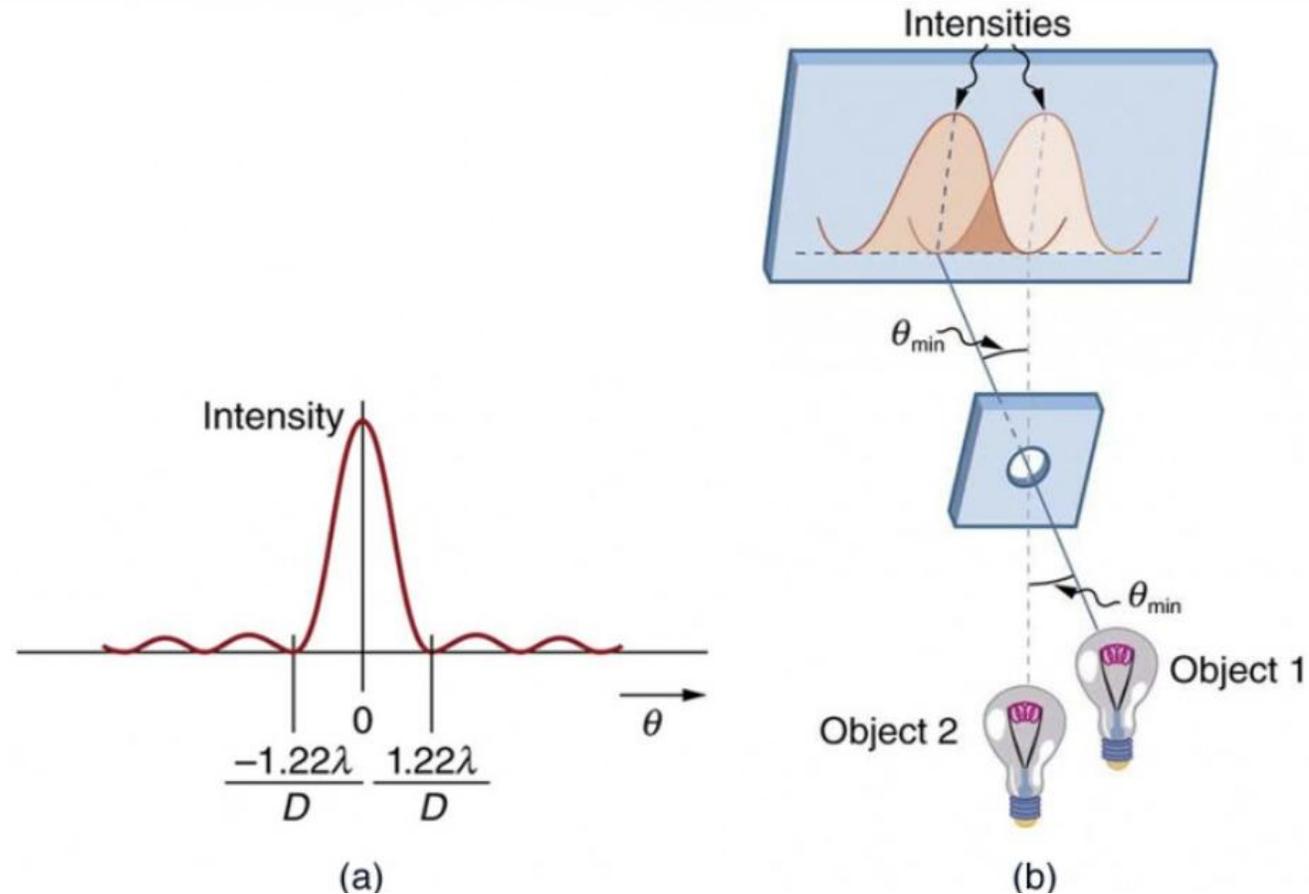


Figure 2. (a) Graph of intensity of the diffraction pattern for a circular aperture. Note that, similar to a single slit, the central maximum is wider and brighter than those to the sides. (b) Two point objects produce overlapping diffraction patterns. Shown here is the Rayleigh criterion for being just resolvable. The central maximum of one pattern lies on the first minimum of the other.

Risoluzione temporale

E' la capacità di seguire le dinamiche di interesse, ovvero la capacità di distinguere due eventi vicini nel tempo. L'abbiamo già incontrata nell'analisi dei segnali fisiologici. Si pensi ora all'imaging del ciclo cardiaco: il sistema di imaging deve essere in grado di effettuare rapidamente acquisizioni in successione con caratteristiche utili.

Per movimenti periodici come quelli cardiaci, un ciclo può essere ricostruito prelevando un'immagine di punto relativa ad una fase del ciclo, utilizzando uno o più cicli.

Indicativamente dipende dal tempo di campionamento, dalla lunghezza del periodo necessario all'acquisizione e dalla velocità delle variazioni spaziali del sistema studiato.

Ha senso solo nelle immagini funzionali tempo-varianti?

Si, in termini di risoluzione temporale propriamente detta, ma la velocità del sistema nell'acquisire una bioimmagine diventa fondamentale quando si vogliono valutare organi o sistemi dinamici in funzione.



Risoluzione di ampiezza

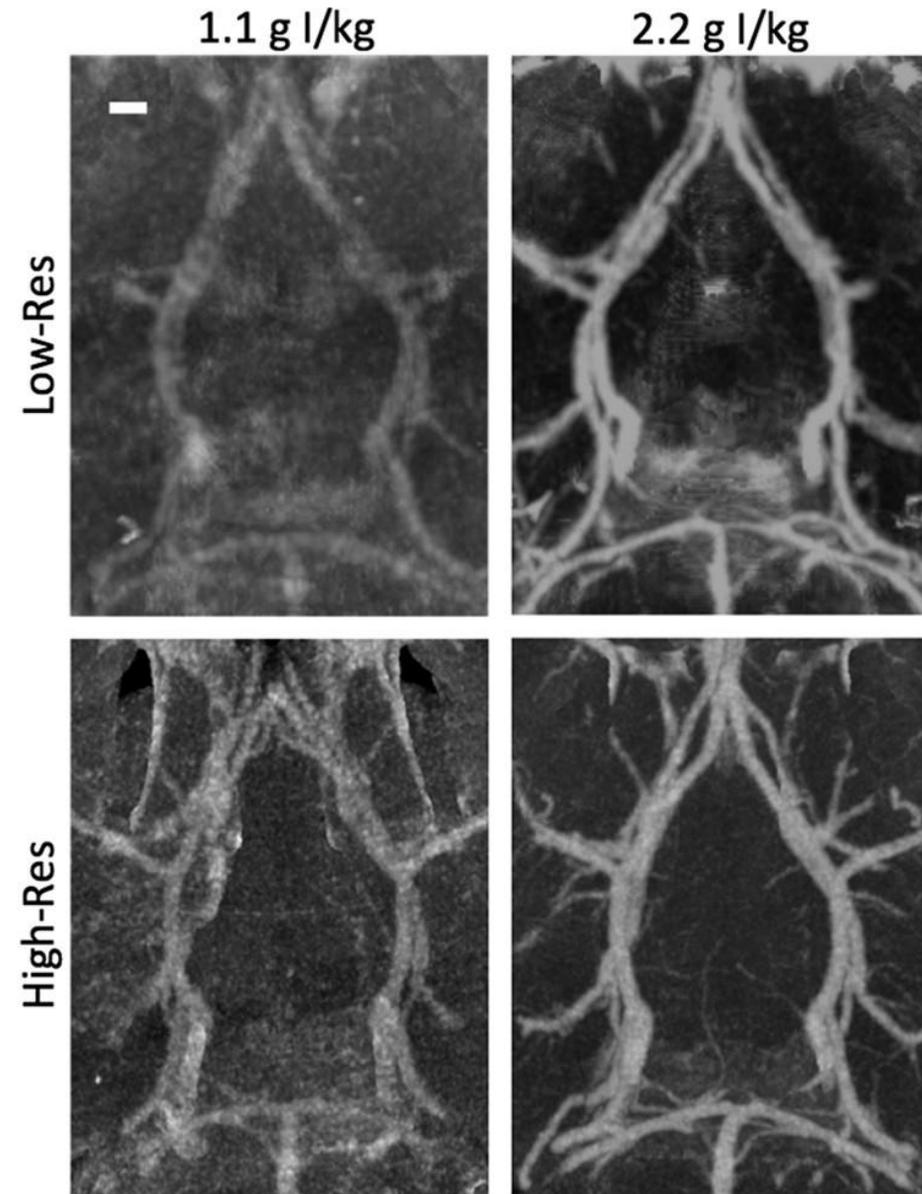
E' la minima variazione rilevabile in termini di intensità, o Δi

Dipende dal sistema di imaging e spesso è legata al numero di bit in cui è codificato un pixel dell'immagine.

E' legata anche all'entità del rumore presente nell'immagine ovvero alle fluttuazioni dell'ampiezza non legate al fenomeno di interesse.

La scelta di un convertitore analogico/digitale opportuno deve tenere conto di queste valutazioni.

Di solito ci si riferisce alla risoluzione di ampiezza relativamente al sistema di imaging in sé (proprio al convertitore A/D e all'amplificatore), mentre ci si riferisce al contrasto (o alla risoluzione di contrasto) per indicare il numero di bit in cui è rappresentabile la bioimmagine. La prima (risoluzione di ampiezza) è un parametro del sistema e non è modificabile, la seconda (il contrasto) può essere fortemente variato in fase di processing e può dipendere dal sistema di riproduzione (es. schermo).



Contrasto

Questo importante parametro sottolinea la necessità di valutare non tanto il valore di un punto, preso come valore a sé, ma piuttosto la differenza con i valori dello sfondo o di un secondo tessuto/bersaglio. Infatti, la misura puntuale è comprensiva di contributi difficilmente quantificabili (rumore) che ne rendono difficile l'interpretazione della misura assoluta.

Una definizione di contrasto tra due regioni dell'immagine, con intensità rispettivamente i_1 e i_2 , è dato da

$$C = \frac{i_2 - i_1}{i_2 + i_1}$$

Seppur paragonabile, il contrasto nelle bioimmagini (in scala di grigi) è diverso dal contrasto in fotografia (in scala colorimetrica, es. RGB). Nelle bioimmagini il contrasto è anche indice di differenze quantitative, in quanto legato al concetto di risoluzione in ampiezza. A volte vengono utilizzate delle scale colorimetriche fittizie, ma solo per aumentare il contrasto visivo (fotografico), ma sapendo che questo non varia il contrasto della bioimmagine in sé. Altre volte le scale colorimetriche vengono utilizzate per bioimmagini 'registrate' ovvero date dalla sovrapposizione di diverse bioimmagini ottenute da diverse tecniche (PET-CT) in cui i diversi colori possono indicare le diverse proprietà investigate.

Rapporto Segnale-Rumore (Signal-to-Noise Ratio SNR)

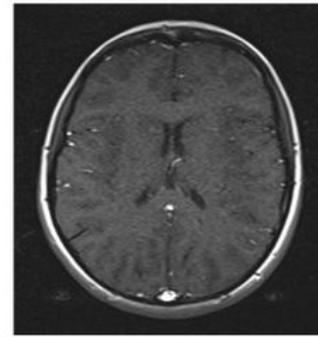
Cerca di stimare il rapporto tra il contenuto informativo delle ampiezze e quello delle fluttuazioni di non interesse, che possono essere legate sia al rumore elettronico della catena di acquisizione ma anche al rumore nel campione, legato a fenomeni di interazione tra la forma di energia e i tessuti, o variazioni fisiologiche non controllabili e di non interesse come il movimento.

Il rapporto segnale-rumore è definito come

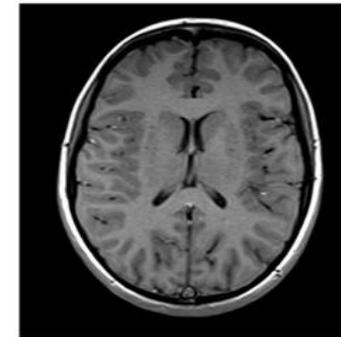
$$\text{SNR} = \frac{\bar{I}}{\sigma_i}$$

dove \bar{I} è il valore medio dell'immagine, spesso ci si limita ad una regione di interesse, e σ_i è la deviazione standard, spesso stimata dove non è presente tessuto o nello sfondo. Il SNR dà quindi una misura di quanto il valore del segnale ottenuto dal dispositivo di imaging è corrotto dal rumore. A livello di acquisizione, σ_i è tipicamente una costante dipendendo dal rumore introdotto dal processo di acquisizione (detettori, amplificatori).

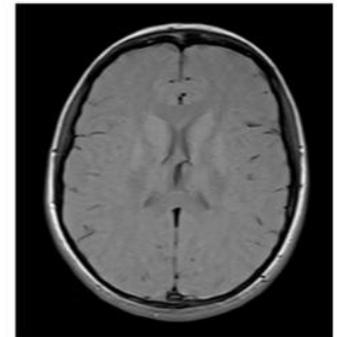
Quindi il valore di SNR dipenderà dalla risoluzione dell'immagine (nel senso che più piccolo è il pixel (o voxel) meno segnale verrà acquisito e quindi \bar{I} sarà più piccolo diminuendo l'SNR) e dal tempo di acquisizione (maggior tempo di acquisizione incrementa \bar{I} aumentando SNR). SNR ottimo è quindi un compromesso tra qualità dell'immagine, tempo di acquisizione e risoluzione spaziale e temporale.



Low tissue contrast
Low SNR



High tissue contrast
High SNR



Low tissue contrast
High SNR

Rapporto Contrasto-Rumore (Contrast-to-Noise Ratio CNR)

Nell'uso clinico è in realtà più importante il contrasto, cioè la capacità del dispositivo di imaging di distinguere due tessuti diversi. Quindi, può essere utile stimare il CNR, in modo da valutare quanto il rumore sia paragonabile alla differenza delle ampiezze di tessuti o fenomeni che si vogliono confrontare

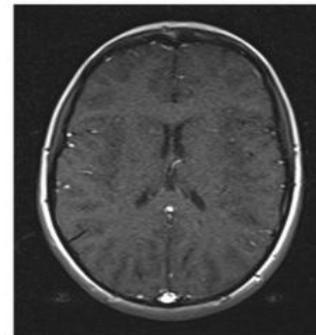
$$\text{CNR} = \frac{\bar{i}_2 - \bar{i}_1}{\sigma_i}$$

dove \bar{i}_1 e \bar{i}_2 sono i valori medi di intensità di due regioni di interesse e σ_i la deviazione standard del rumore, spesso stimata dove non è presente tessuto o sullo sfondo.

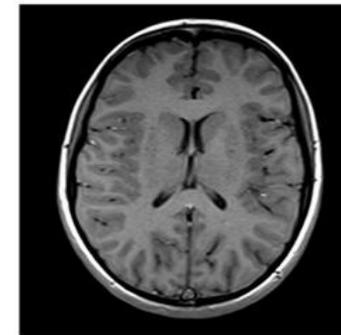
Sul CNR valgono le stesse considerazioni fatte per SNR.

Entrambi possono essere valutati in generale, su tutta una immagine, o solo tracciando sull'immagine delle regioni di interesse (ROI) e calcolando i valori di interesse solo nelle ROI stesse.

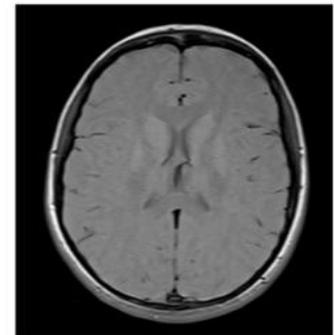
E' evidente che la misura va effettuata in regioni omogenee dell'immagine e che maggiore è l'area della ROI utilizzata maggiore sarà la precisione della misura, ma spesso per interesse clinico si è focalizzati su regioni di spazio molto piccole.



Low tissue contrast
Low SNR

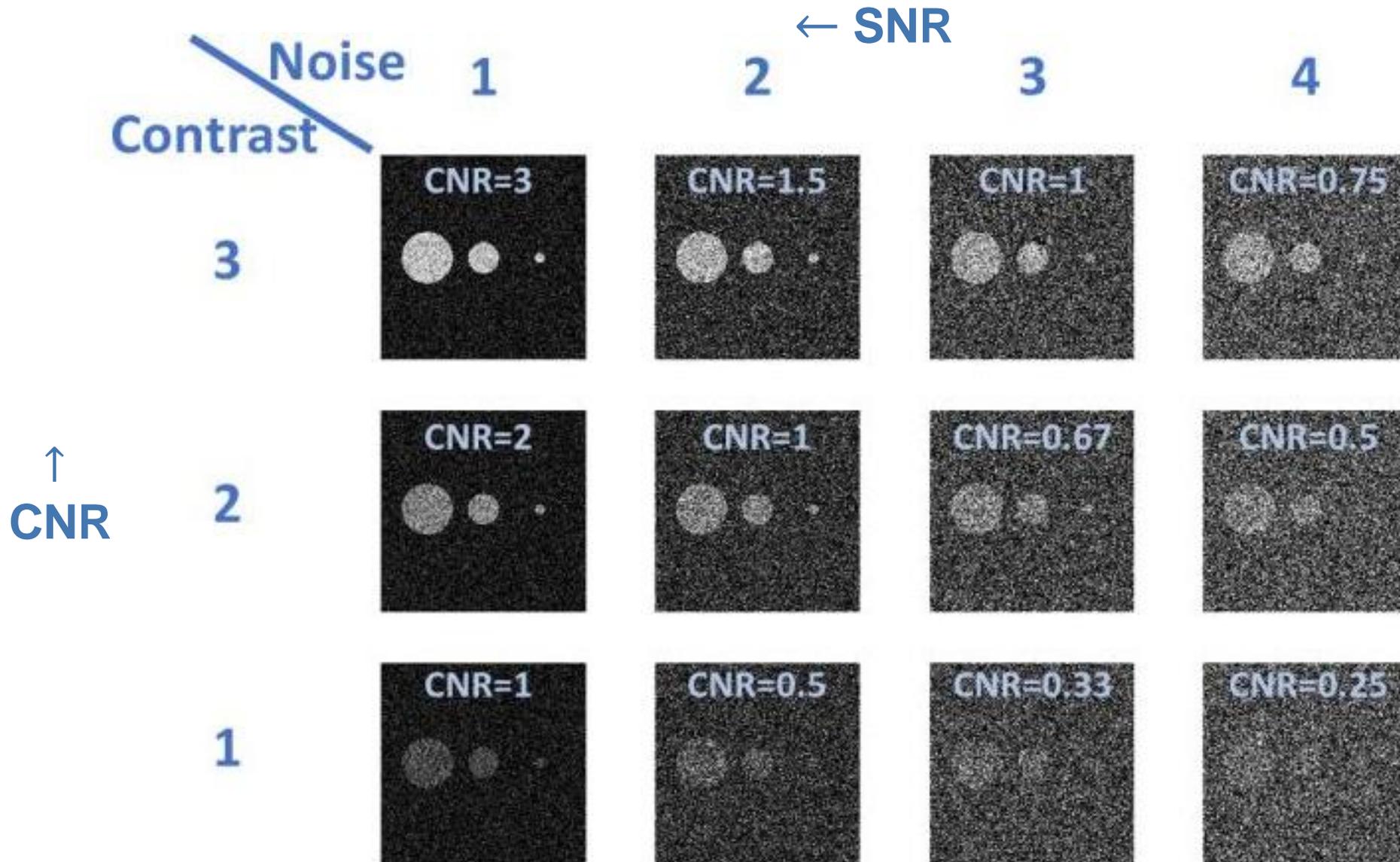


High tissue contrast
High SNR



Low tissue contrast
High SNR

SNR and CNR



JND (Just Noticeable Difference)

L'indice JND indica il valore di incremento relativo del segnale rispetto allo sfondo dopo il quale un oggetto diventa visibile. Si ha quindi

$$JND = \frac{F - B}{B}$$

dove B è il segnale dello sfondo e F è il segnale dell'oggetto. E' stato dimostrato (*Weber law*) che il valore di JND è abbastanza indipendente dal valore di B ed F e vale intorno al 2%. Questa assunzione vale nel caso di assenza di rumore, nei casi reali F e B saranno ovviamente delle stime ottenute come media del segnale su una ROI e il valore di JND utile per distinguere i due tessuti sarà più alto.



In figura è riportato un tipico esperimento per la valutazione del JND, la prima barra ha un JND del 3% (R Rangayyan, Biomedical Image Analysis, CRC Press 2004). Si fanno dei test di qualità con fantocci che implementano diverse JND che prevedono il riconoscimento del numero massimo possibile di inserti da parte dell'operatore o del sistema di acquisizione.

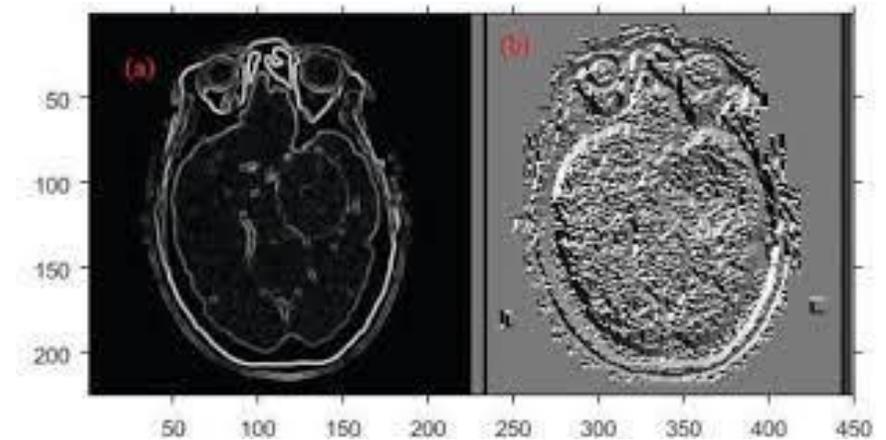
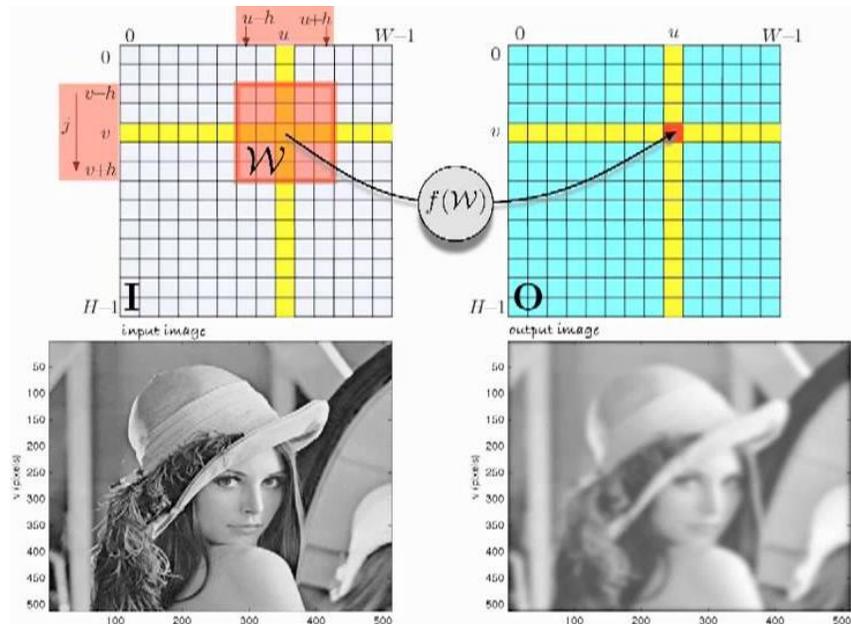
Il concetto di JND è in realtà molto più generale e si riferisce a qualunque campo percettivo (anche ai nostri sensi, infatti c'è una JND visiva, tattile, ecc)

Operazioni sulle bioimmagini

Sono relative alle immagini in generale, e non specifiche delle bioimmagini, tuttavia alcune di queste operazioni sono più frequenti nell'analisi delle bioimmagini.

Vedremo dapprima le diverse categorie di elaborazione fornendo qualche esempio, successivamente si entrerà nel dettaglio e si analizzeranno alcune elaborazioni di base.

Alcune operazioni sono di tipo "unario" ovvero hanno in ingresso una immagine e forniscono in uscita una immagine, altre di tipo "duale" che hanno in ingresso e/o in uscita due o più immagini.



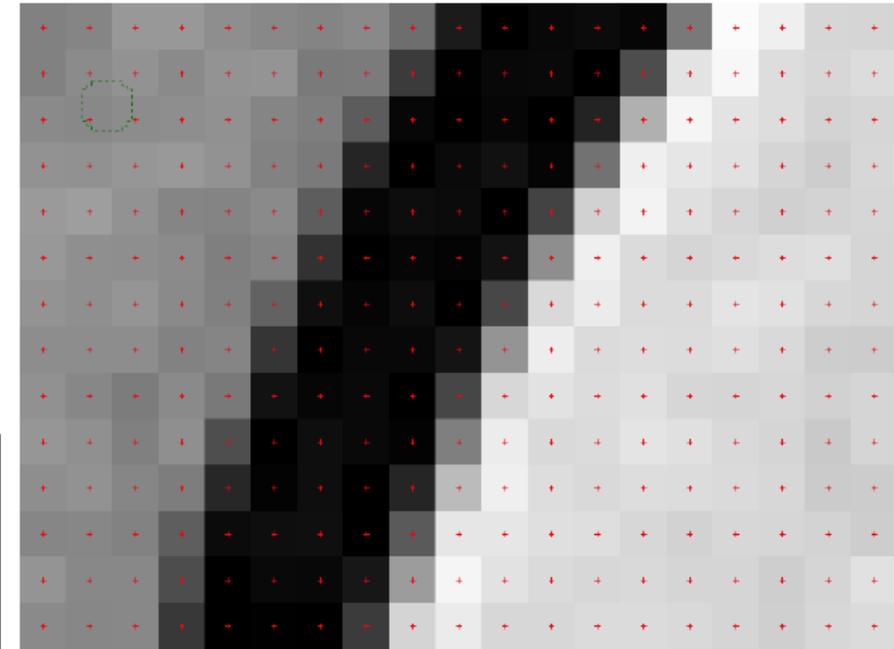
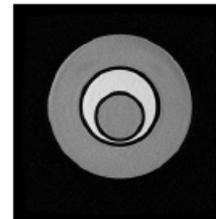
Operazioni sulle bioimmagini

Il fine è quello di migliorare la visualizzazione dell'immagine per ottimizzare l'analisi visiva della stessa o predisporre l'immagine per ottimizzare una elaborazione successiva, sia anch'essa visiva/qualitativa o invece quantitativa (estrazione di features).

Inoltre l'immagine acquisita è sempre e solo una rappresentazione del volume reale ed è derivata dal processo di acquisizione, il quale introduce fattori di disturbo (e.g., rumore, distorsioni, artefatti in genere) che si vuol cercare di eliminare in fase di processing.

Si considerano immagini di intensità bidimensionali $I(x,y)$

discrete nello spazio quindi $I(x,y)=I(n\Delta x,m\Delta y)$



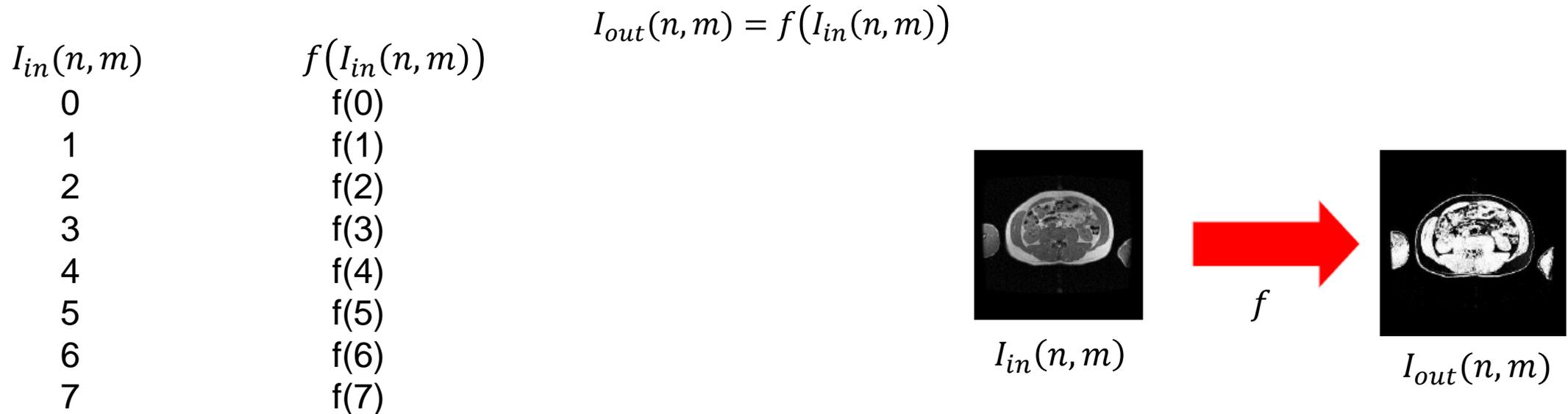
Essendo immagini di intensità discreta ogni punto è rappresentabile con livelli di grigio e sono possibili diverse codifiche in rappresentazione binaria.

Le operazioni sulle bioimmagini possono essere classificate come: **puntuali, locali o globali.**

Operazioni puntuali

Agiscono punto per punto, sui livelli di grigio, senza sfruttare le relazioni spaziali tra i pixel dell'immagine.

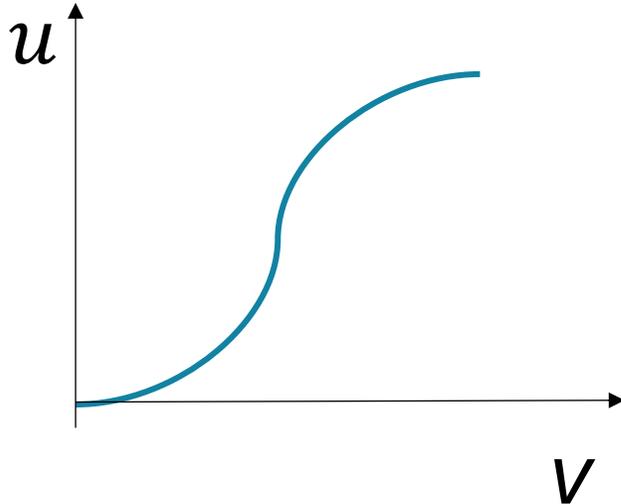
Si ottiene così una trasformazione dei livelli di grigio di ogni pixel attraverso una funzione $f()$, anche detta **look-up table**



La funzione $f()$ può assumere diverse forme: lineare, esponenziale, o non-lineare in generale.

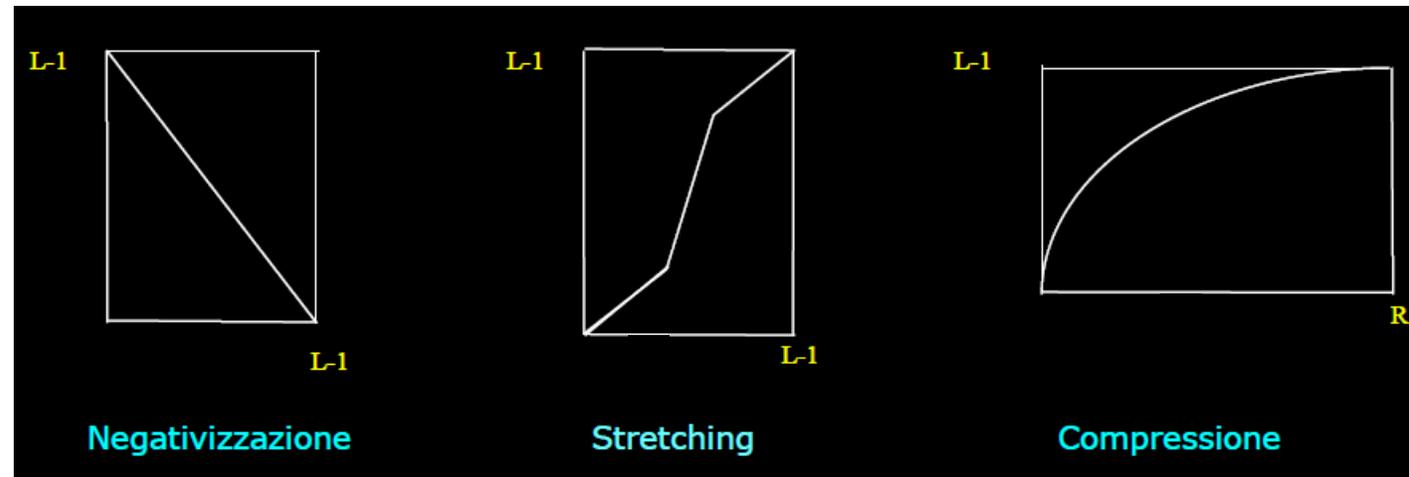
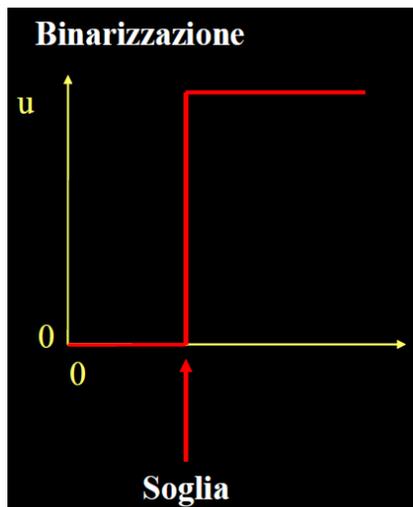
Operazioni puntuali

Alcune funzioni possibili che trasformano i livelli di grigio v (dell'immagine in ingresso) in u (dell'immagine in uscita) sono descrivibili con curve che possono aumentare o diminuire il contrasto



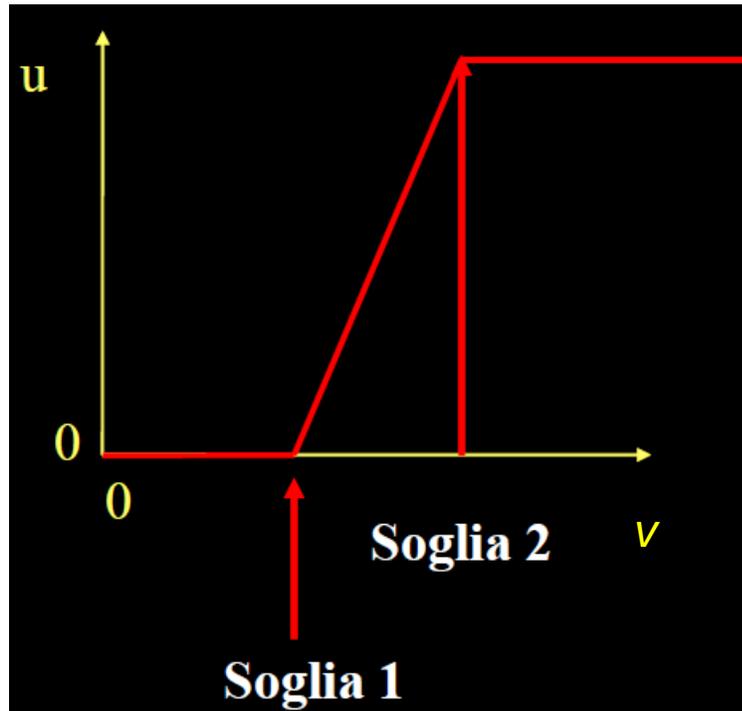
$\frac{\Delta u}{\Delta v} > 1$ allora il contrasto aumenta

$\frac{\Delta u}{\Delta v} < 1$ allora il contrasto diminuisce



Esempio

Le immagini MRI sono acquisite a 16 Bit ($2^{16} = 65536$ livelli di grigio, di solito sono solo 1000:4000 quelli davvero occupati dai pixel, gli altri sono valori teorici), il monitor visualizza solo 8 bit ($2^8 = 256$ livelli di grigio)



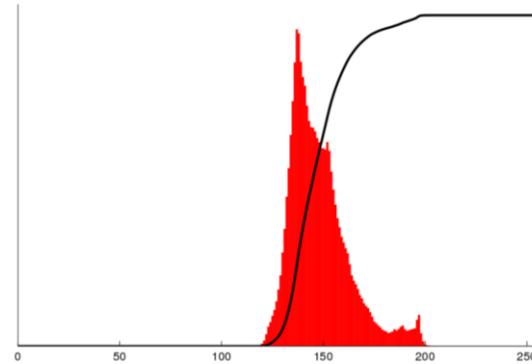
Solo una parte dell'informazione contenuta nell'immagine può essere rappresentata. L'informazione che nell'immagine originaria è suddivisa su 1000:4000 livelli e deve essere compressa su 256. Quindi pixel diversi nell'immagine MR vengono rappresentati nello stesso modo. Un esempio di trasformazione può essere:

$$u = 255 * \frac{v' - \text{soglia}_1}{\text{soglia}_2 - \text{soglia}_1}$$

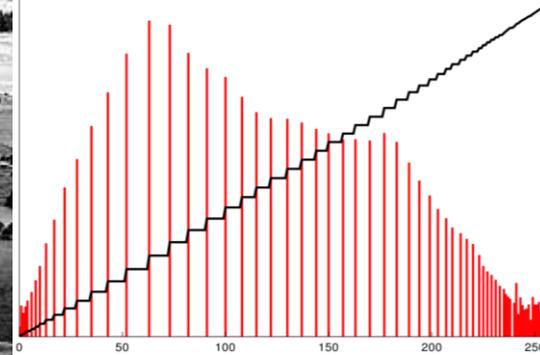
Dove v' rappresenta i livelli di grigio dell'immagine di partenza avendo posto pari a soglia_1 tutti i pixel minori di soglia_1 e pari a soglia_2 tutti quelli maggiori di soglia_2

Equalizzazione Istogramma

Tutte queste funzioni hanno ripercussioni sulla distribuzione statistica dei valori dei pixel dell'immagine, quindi lavorano anche sul loro istogramma. Si possono cercare allora funzioni che ottimizzino le proprietà statistiche dell'istogramma stesso, ad esempio, modificando le ampiezze dei valori dei pixel in modo che le ampiezze siano descritte da una densità di probabilità nota. Tra le operazioni più comuni sull'istogramma vi è **l'equalizzazione**. Questo metodo di solito incrementa il contrasto globale di molte immagini, specialmente quando i dati usabili dell'immagine sono rappresentati da valori di intensità molto vicini. Attraverso questo adattamento, le intensità possono essere meglio distribuite sull'istogramma. Ciò permette di massimizzare il contrasto nelle aree inizialmente a basso contrasto locale. L'equalizzazione dell'istogramma si ottiene 'spalmando' la maggior parte dei valori a intensità più frequente.



A sinistra immagine di partenza, a destra istogramma delle frequenze assolute (rosso) e funzione cumulativa (nero).



A sinistra immagine equalizzata, a destra istogramma delle frequenze assolute (rosso) e funzione cumulativa (nero).

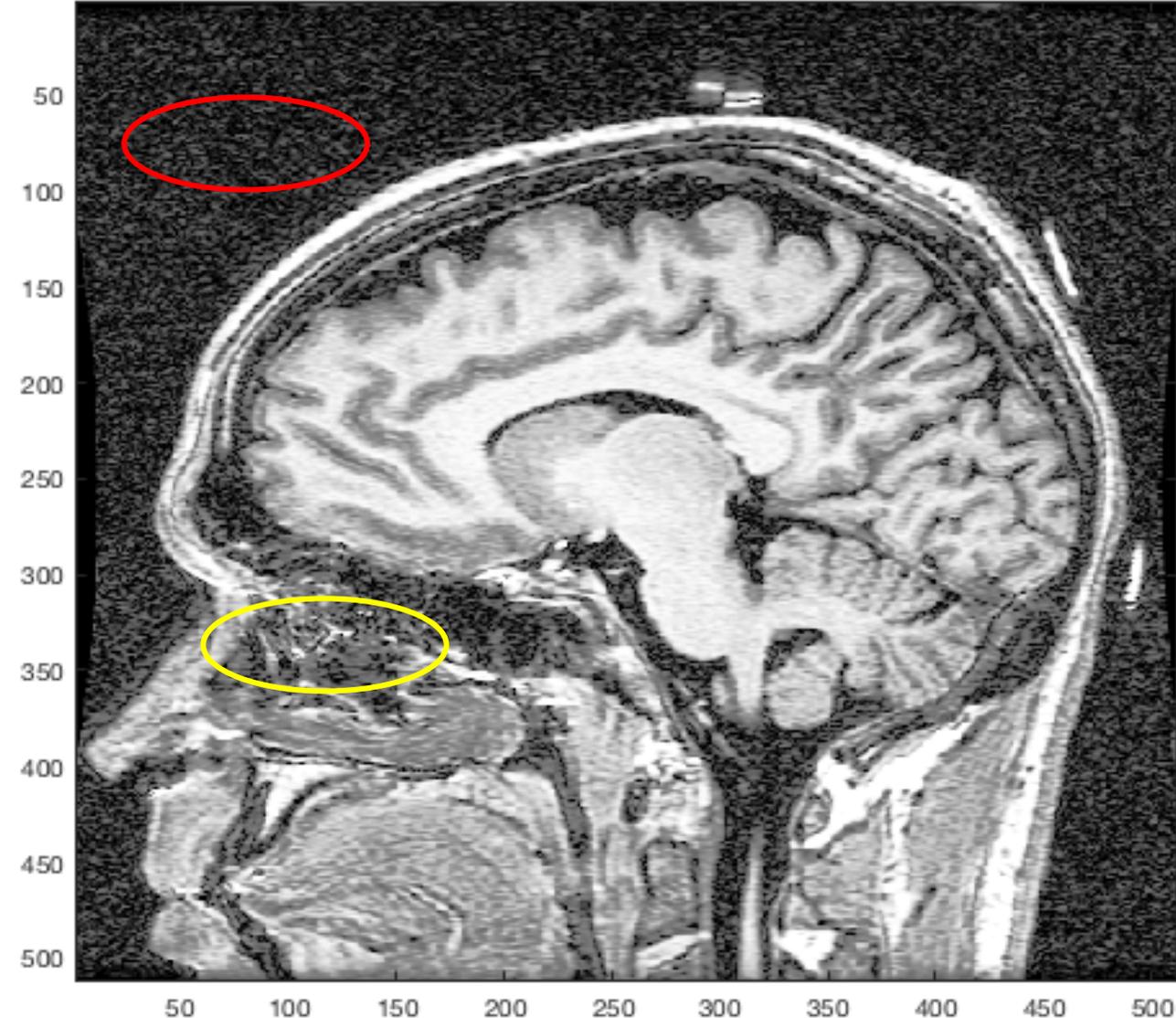
L'istogramma di un'immagine può essere creato in Matlab usando la funzione `imhist()`

Equalizzazione Istogramma

Immagine originale MRI



Immagine equalizzata

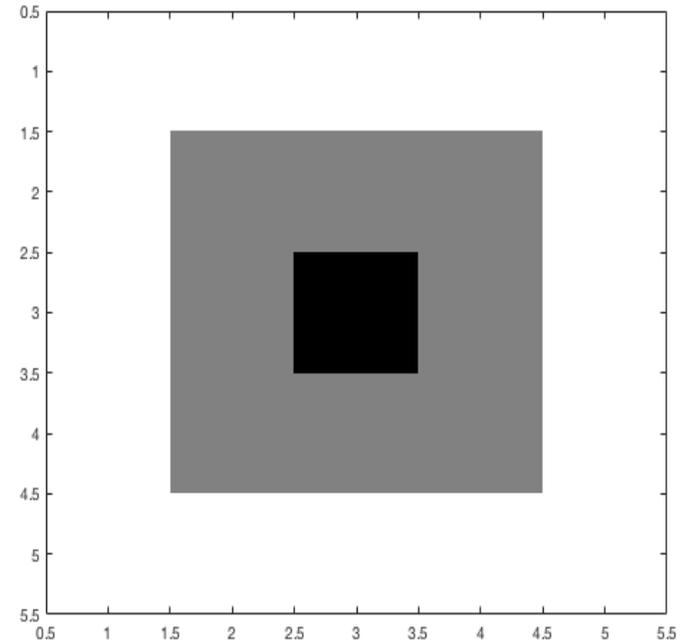


Operazioni locali

I valori di un pixel $I(n,m)$ dell'immagine di uscita sono determinati in base ai valori del pixel corrispondente e di un suo intorno.

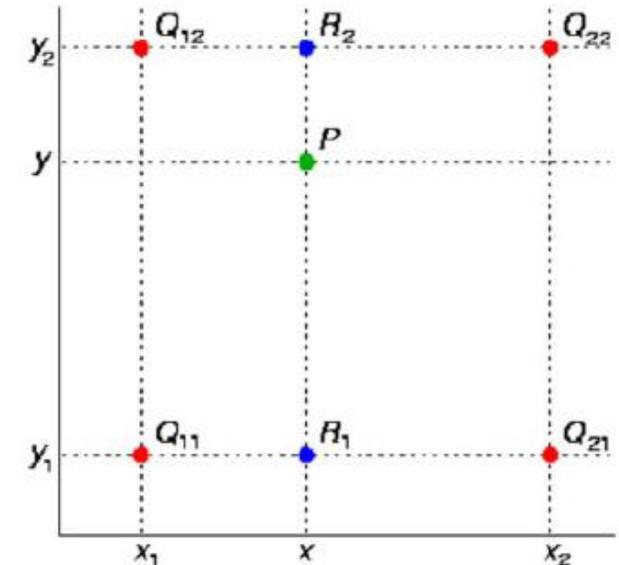
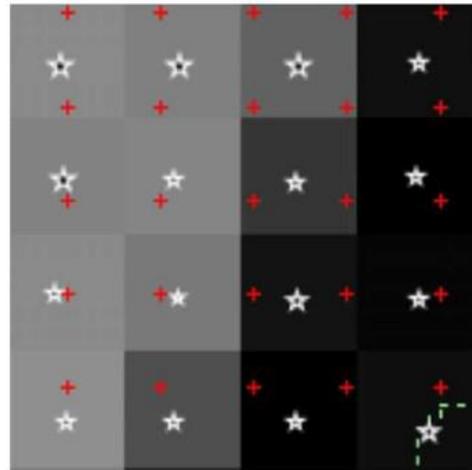
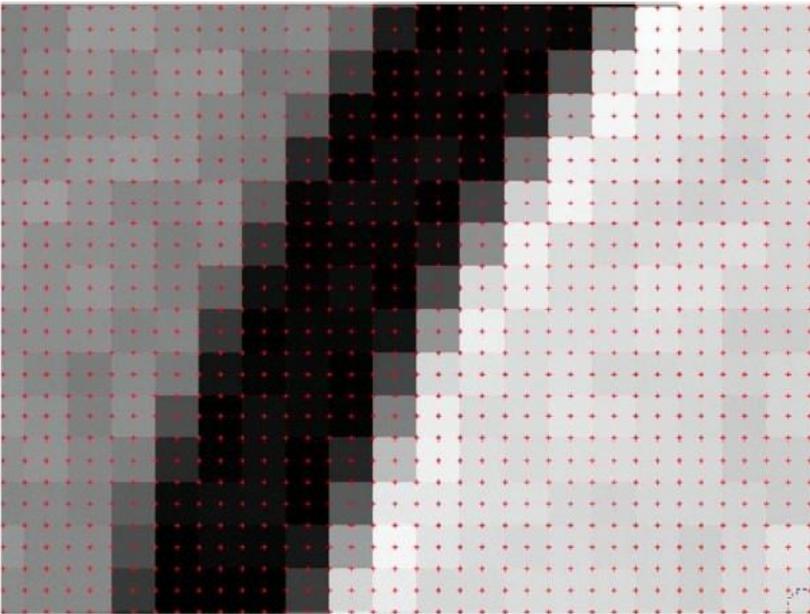
Possono servire per creare molte trasformazioni, dal calcolo del valore della immagine in elementi spaziali non noti (interpolazione), a quella dei suoi livelli di grigi. Nel primo caso si ha l'interpolazione, nel secondo il filtraggio bidimensionale.

$$I_{out}(n, m) = f(I_{in}(n - \delta_1 : n + \delta_1, m - \delta_2 : m + \delta_2))$$



Operazioni locali: Interpolazione

Una bioimmagine ha dimensioni definite a livello di acquisizione o del processo di ricostruzione implementato nello scanner. Le dimensioni sono tipicamente legate alla risoluzione spaziale, nel senso che a parità di campo di vista (FOV), modalità con una migliore risoluzione spaziale saranno in grado di acquisire pixel di dimensioni minori e quindi la dimensione dell'immagine sarà maggiore (maggiore numero di pixel a parità di volume di corpo acquisito). Per esempio la dimensione di una bioimmagine può spaziare da 64x64 (immagini SPECT) a 1024x1024 (CT). Inoltre, la dimensione di una bioimmagine è diversa della dimensione del supporto digitale (stampa o schermo) su cui viene visualizzata. E' necessario quindi interpolare l'immagine in modo da permetterne la visualizzazione in maniera corretta adattando le dimensioni delle immagini a quelle del supporto digitale. Solitamente l'interpolazione spaziale è implementata con metodi lineari (es: l'intensità del pixel da calcolare può essere ricavata come media delle intensità degli altri pixel, ciascuna pesata per l'inverso della distanza tra i pixel al quadrato).



Operazioni locali: filtraggio 2D

Un'operazione locale che molto spesso è necessaria è rappresentata dal filtraggio, in questo caso è un filtraggio bidimensionale.

Si possono creare vari filtri 2D, ad esempio:

- *media mobile*
- *Gaussiano*
- *Laplaciano*
- *gradiente*
- *filtri non-lineari*

I filtri quali *gradiente* e *media mobile* sono descrivibili sia nel tempo che in frequenza come sistemi lineare e invarianti per traslazione (equivalenti di LTI nei segnali temporali)

Il filtro mediano è un filtro non lineare che assegna ad ogni pixel di una nuova immagine il valore mediano del valore di una porzione di immagine di ingresso le cui dimensioni dipendono dai parametri del filtro stesso.

Il filtro mediano è spesso usato per rimuovere rumore impulsivo di tipo sale-pepe.

Immagine iniziale (sx) e con filtro mediano (dx)



Esempio filtro mediano

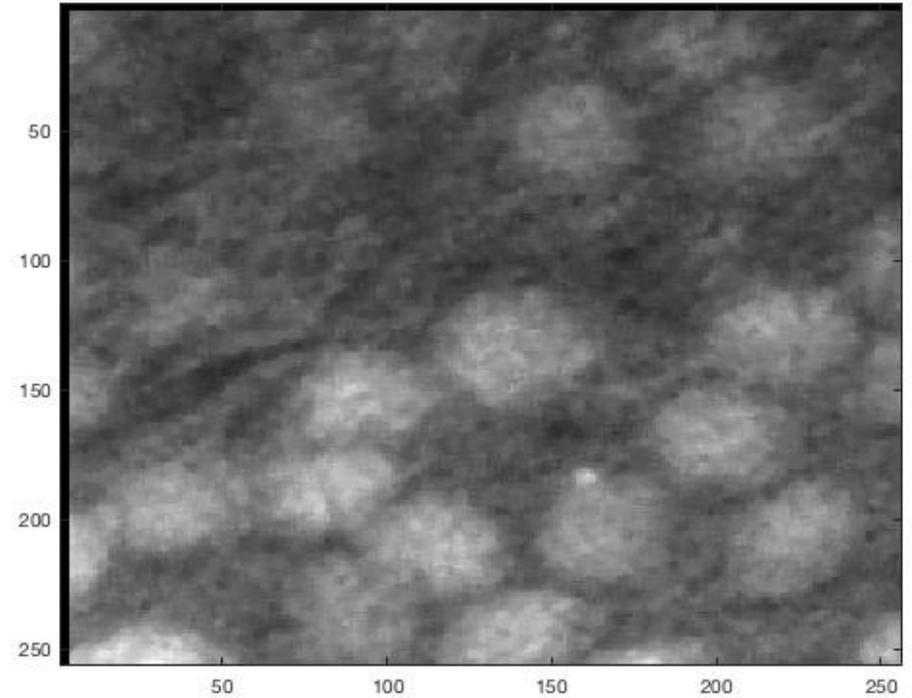
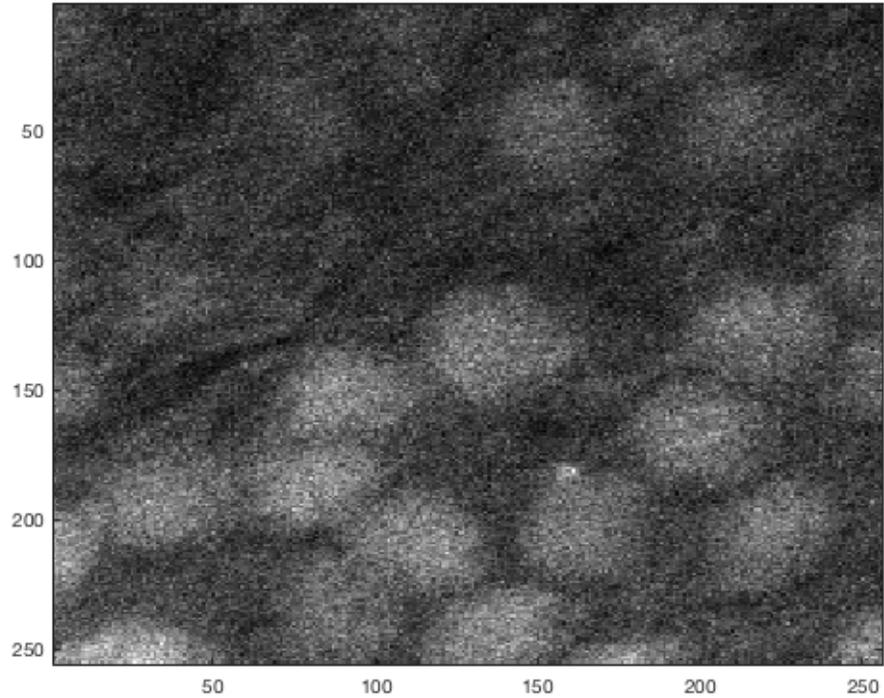


Immagine da microscopia confocale (sx) elaborata con filtro mediano largo 7 pixel (dx)

Convoluzione bidimensionale

Il filtraggio bidimensionale, una volta definito il filtro 2D (che viene comunemente definito anche maschera) può essere implementato attraverso l'utilizzo della convoluzione bidimensionale, facilmente estendibile al caso 3D.

Questa permette di calcolare l'uscita ad un filtro di tipo Lineare e Invariante alla traslazione.

Detta $h(n, m)$ la maschera del filtro, che assume il significato di risposta impulsiva

e detta $I_{in}(n, m)$ l'immagine di partenza, la convoluzione bidimensionale si ottiene come

$$I_{out}(n, m) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{h=-\infty}^{+\infty} h(k, h) I_{in}(n - k, m - h) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{h=-\infty}^{+\infty} h(n - k, m - h) I_{in}(k, h)$$

Convoluzione bidimensionale

I valori di un pixel (n,m) dell'immagine di uscita sono determinati in base ai valori del pixel corrispondente e di un suo intorno, ciascuno pesato per il valore della maschera nelle posizioni corrispondenti

$a_{i-2,j-2}$				
	w_1	w_2	w_3	
	w_4	w_5	w_6	
	w_7	w_8	w_9	
				$a_{i+2,j+2}$

$$b(i,j) = w_1 \cdot a(i-1,j-1) + w_2 \cdot a(i-1,j) + w_3 \cdot a(i-1,j+1) + w_4 \cdot a(i,j-1) + w_5 \cdot a(i,j) + w_6 \cdot a(i,j+1) + w_7 \cdot a(i+1,j-1) + w_8 \cdot a(i+1,j) + w_9 \cdot a(i+1,j+1)$$

Filtri 2D esempi

1/9

1	1	1
1	1	1
1	1	1

filtro a media mobile che esegue la media di 9 pixel

1/25

1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

filtro a media mobile che esegue la media di 25 pixel

$\frac{1}{16} \times$

1	2	1
2	4	2
1	2	1

filtro gaussiano

Per dimensioni maggiori si può usare: $\frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$

Convoluzione 2D

1	2	1
2	4	2
1	2	1



4	10	2
3	6	0
7	1	5

1	2	1
2	4	2
1	2	

All'esterno consideriamo degli zeri

	1	4	10	2
	3	6	0	
	7	1	5	

In questo caso il punto centrale "è fuori" dalla porzione corrispondente all'immagine di partenza

4				

Convoluzione 2D

si trasla lungo una direzione

si moltiplicano gli elementi corrispondenti

si sommano i risultati e si assegna al punto centrale dell'immagine di uscita il valore

Anche in questo caso il punto centrale "è fuori" dalla porzione corrispondente all'immagine di partenza

1	2	1		
2	4	2		
1	2	1	2	
	3	6	0	
	7	1	5	

4	18			

Convoluzione 2D

Poi si trasla lungo le righe e si riparte lungo le colonne (o viceversa)

1	2	1		
2	4	2		
	4	10	2	
1	2 ₃	1 ₆		0
	7	1	5	

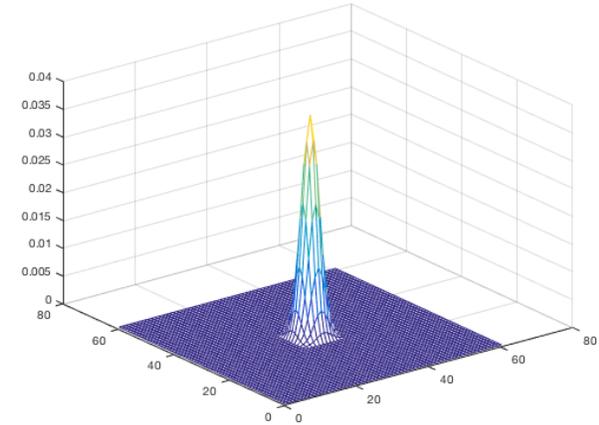
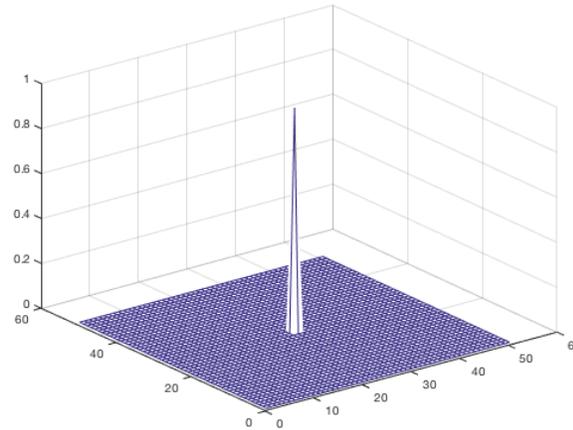
4	10	26	14	2
11	48			

Filtro gaussiano

$$\frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

$$\frac{1}{16} \times$$

1	2	1
2	4	2
1	2	1



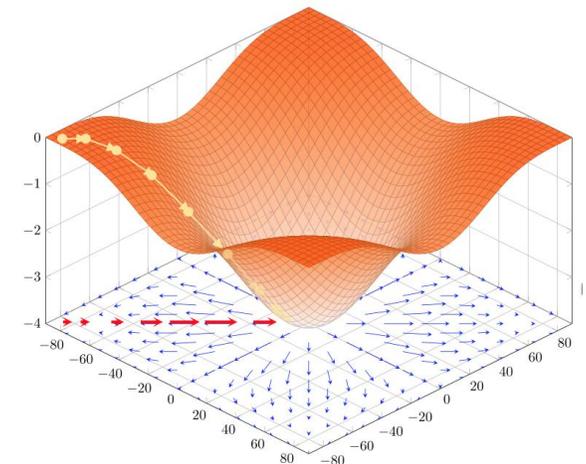
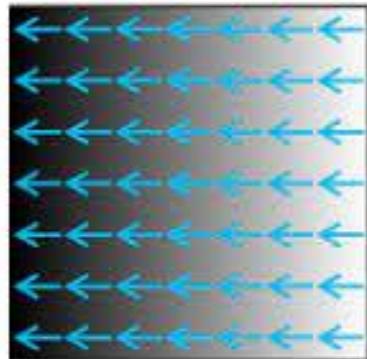
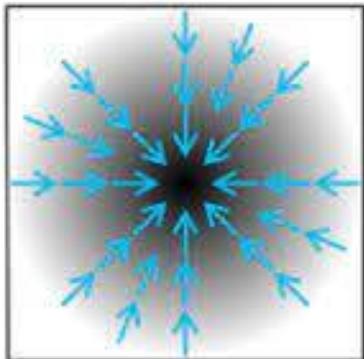
Si noti come le immagini qui riportate potrebbero essere utilizzate per descrivere la PSF di un Sistema di imaging. In questo caso il comportamento di un Sistema ad una risoluzione migliore o peggiore, potrebbe essere rappresentato andando a considerare una gaussiana con una deviazione standard minore o maggiore, rispettivamente.

Gradiente di una immagine

$$\nabla I(x, y) = \begin{bmatrix} \frac{\partial I}{\partial x} \\ \frac{\partial I}{\partial y} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \Delta_x I \\ \Delta_y I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I(x, y) - I(x - 1, y) \\ I(x, y) - I(x, y - 1) \end{bmatrix}$$

In ogni punto abbiamo un vettore del quale possiamo rappresentare, ad esempio, il modulo

$$|\nabla I(x, y)| = \sqrt{\Delta_x I^2 + \Delta_y I^2}$$



Gradiente di una immagine

$$\Delta_x I = [1 \quad -1]$$

$$\Delta_y I = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Possibile realizzazione del filtro associato

$$\Delta_x I = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

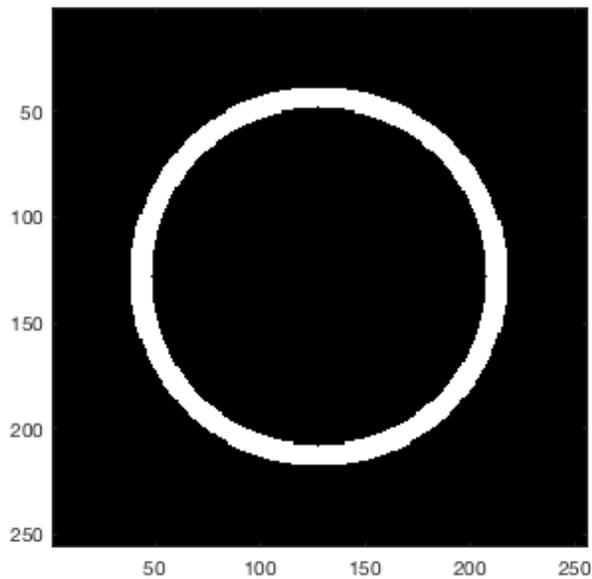
$$\Delta_y I = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Filtro Gradiente

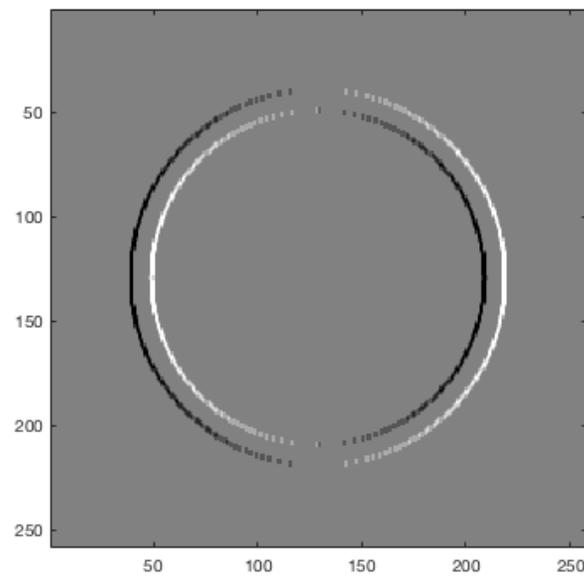
Vediamo l'applicazione dei filtro gradiente lungo x e lungo y

$$\Delta_x I = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \Delta_y I = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

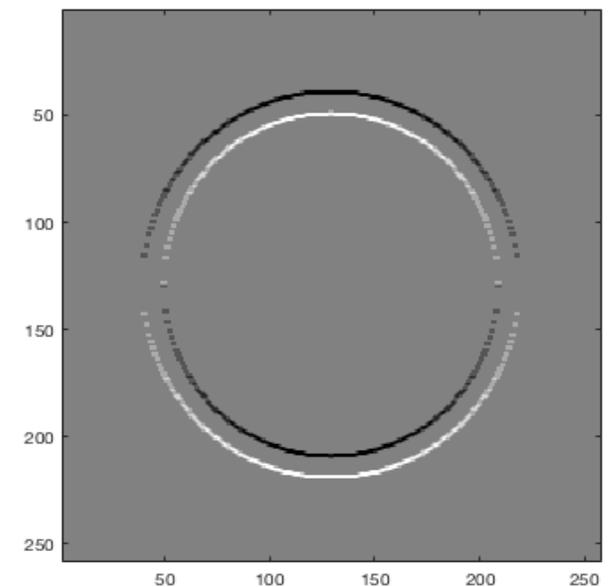
Immagine di partenza



gradiente lungo x



gradiente lungo y



Filtro Gradiente

Si può anche combinare l'uscita dei due filtri, tramite operazione non lineare

$$|\nabla I(x, y)| = \sqrt{\Delta_x I^2 + \Delta_y I^2}$$

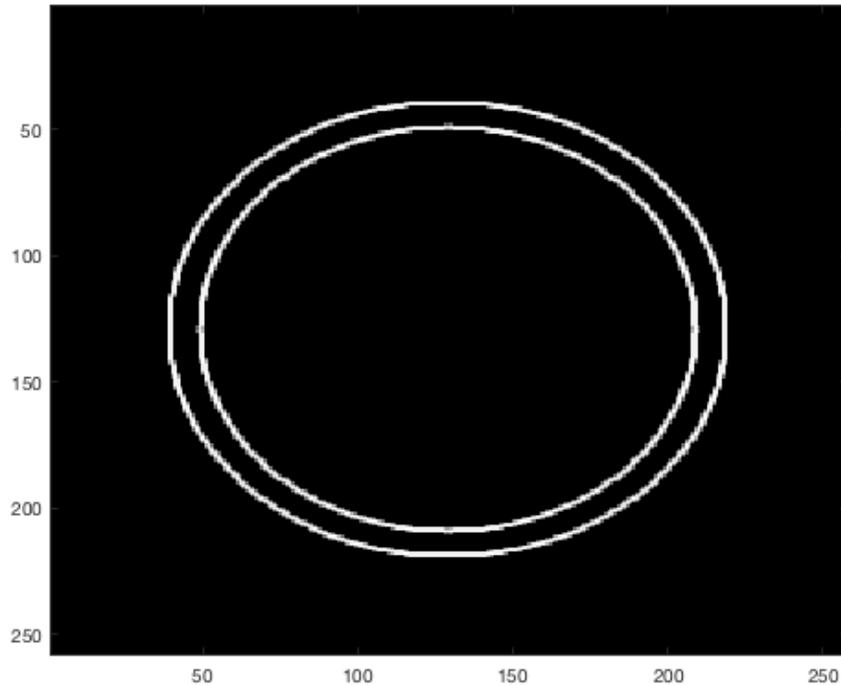
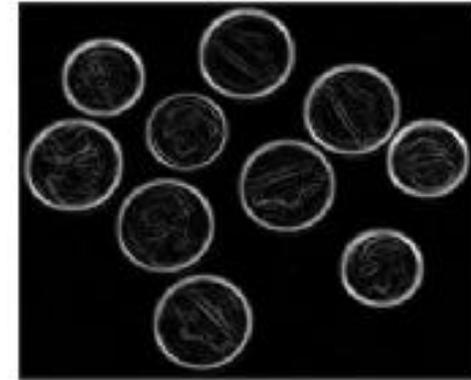


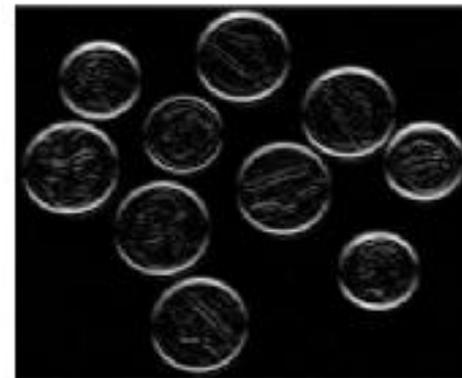
Immagine originale



Immagine filtrata



Derivata in verticale



Derivata in orizzontale



Filtro Laplaciano

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1, y) - 2f(x, y) + f(x-1, y)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x, y+1) - 2f(x, y) + f(x, y-1)$$

$$\nabla^2 f(x, y) = f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1) - 4f(x, y)$$

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

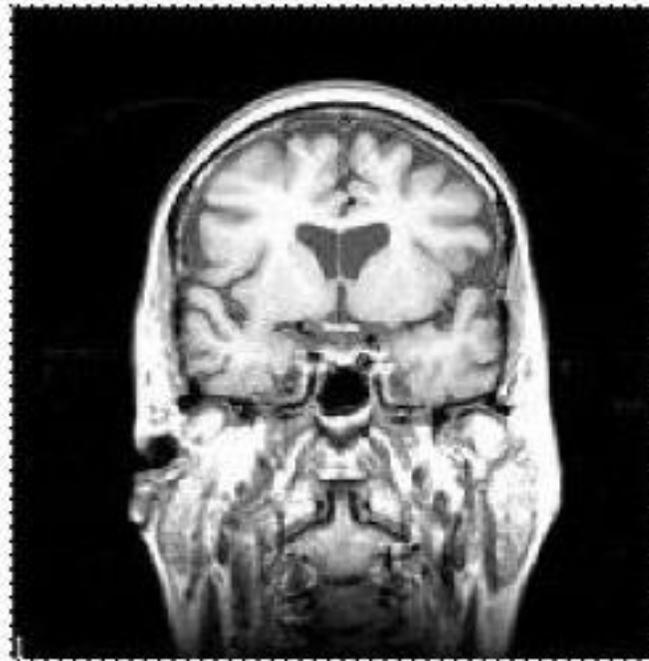
Filtro Laplaciano

Si possono aggiungere le derivate lungo le diagonali:

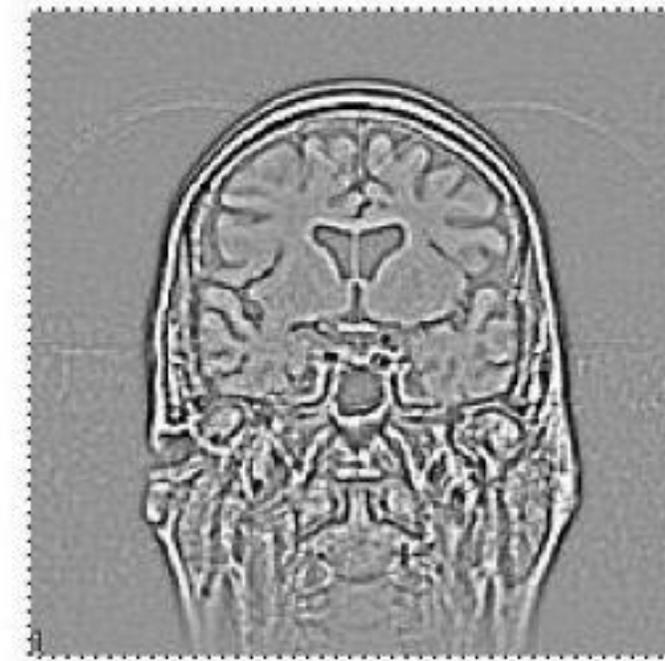
$$\nabla^2 f(x, y) + f(x-1, y-1) + f(x+1, y+1) + f(x-1, y+1) + f(x+1, y-1) - 4f(x, y)$$

-1	-1	-1
-1	9	-1
-1	-1	-1

1	-2	1
-2	5	-2
1	-2	1



(A) Original MR image

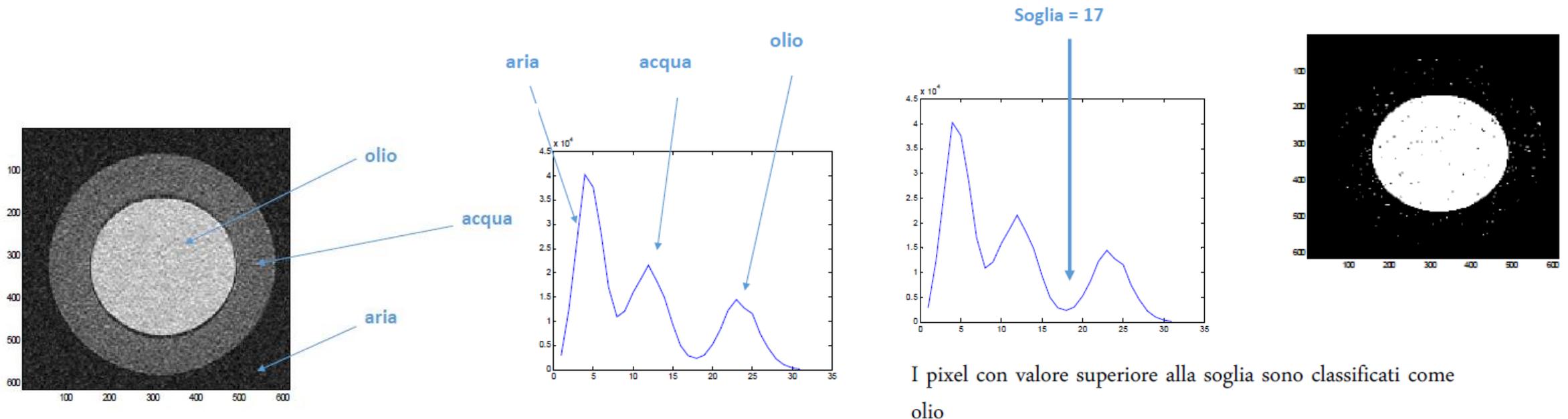


(B) Laplacian results

Operazioni Globali

Sono operazioni atte a trasformare l'immagine globalmente, nella sua intensità, cioè i livelli di grigi dei suoi voxel, o nella sua struttura, o ancora per estrarre informazioni ad esempio isolare una parte dell'immagine/volume di particolare interesse.

Una fra queste è la segmentazione, operazione che ha il fine di isolare una o più regioni di interesse. Può essere basata sui voxel quindi nella forma di una operazione puntuale e operare sull'istogramma, oppure essere basata sui contorni e su altre proprietà dell'immagine, così da diventare una operazione globale.

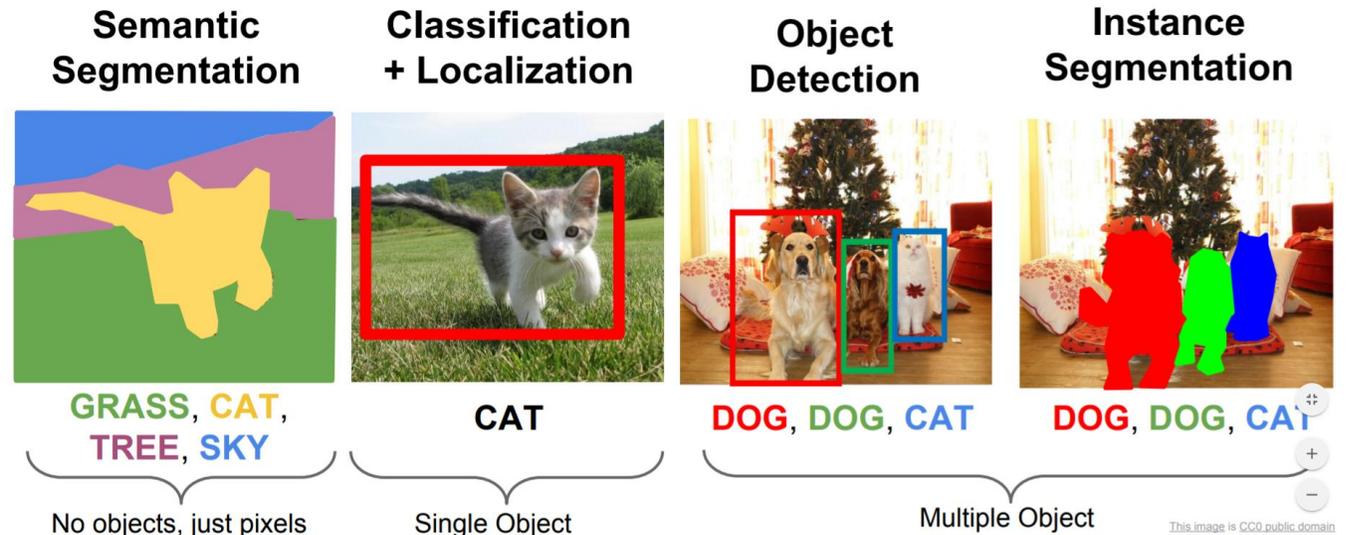


Segmentazione

La segmentazione di un'immagine nell'elaborazione digitale è il processo di partizione di un'immagine in regioni significative. Viene utilizzata per ottenere una rappresentazione più compatta, per estrarre degli oggetti o come strumento per l'analisi delle immagini e permette di partizionare le immagini digitali in insiemi di pixel. Lo scopo della segmentazione è semplificare e/o cambiare la rappresentazione delle immagini in qualcosa che è più significativo e facile da analizzare.

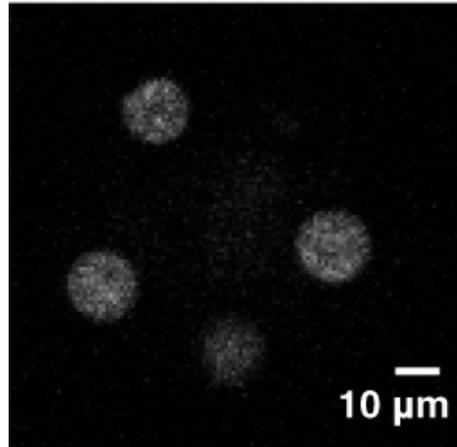
La segmentazione è di solito utilizzata per localizzare oggetti e bordi (linee, curve, ecc.). Più precisamente, la segmentazione è il processo con il quale si classificano i pixel dell'immagine che hanno caratteristiche comuni, pertanto ciascun pixel in una regione è simile agli altri della stessa regione per una qualche proprietà o caratteristica (colore, intensità). Regioni adiacenti sono significativamente differenti rispetto ad almeno una di queste caratteristiche. Il risultato di un'immagine segmentata è un insieme di segmenti che, collettivamente, coprono l'intera immagine.

La segmentazione può essere fatta seguendo diversi principi: l'intensità dei pixel, il loro significato semantico, la posizione, l'appartenenza o meno ad un dato oggetto, ecc.

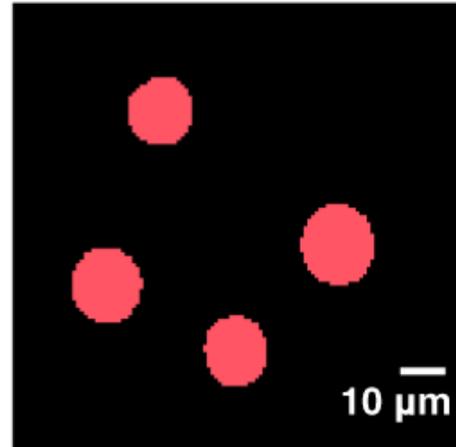


Segmentazione

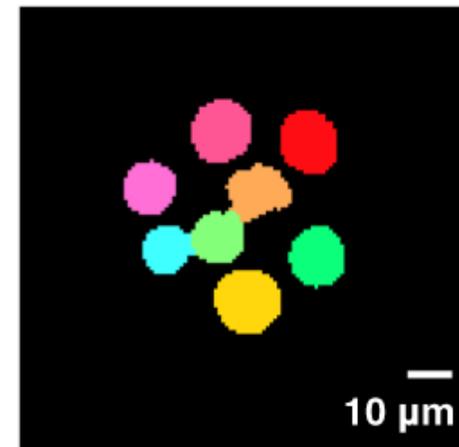
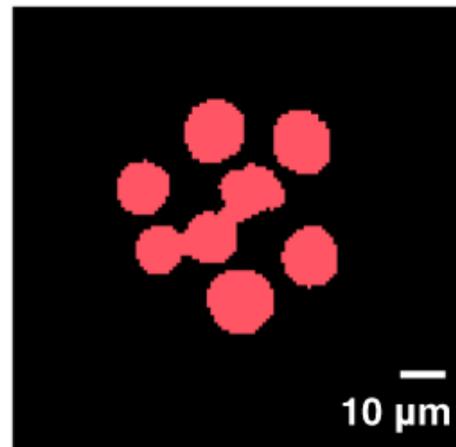
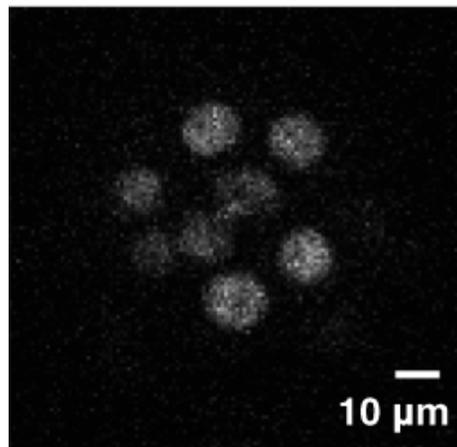
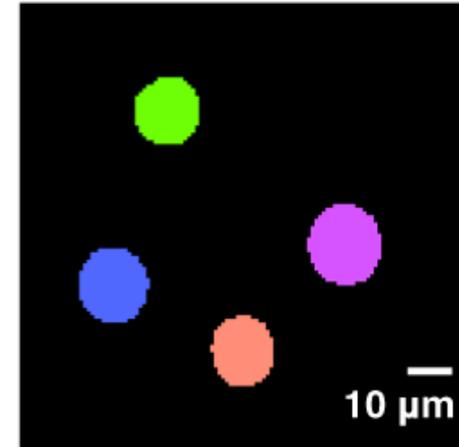
2D Fluorescence
Microscopic Image



Semantic Segmentation



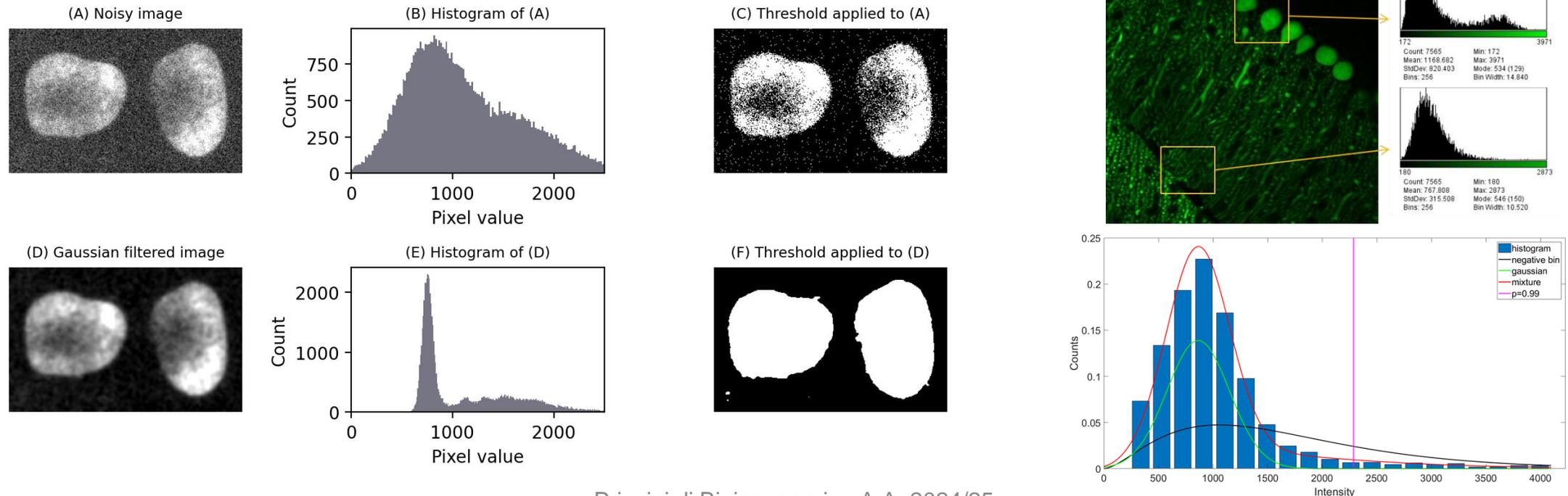
Instance Segmentation



Esempio: segmentazione a soglia

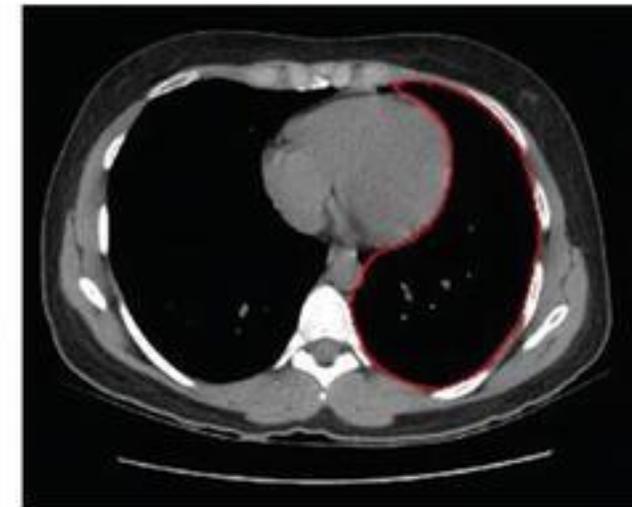
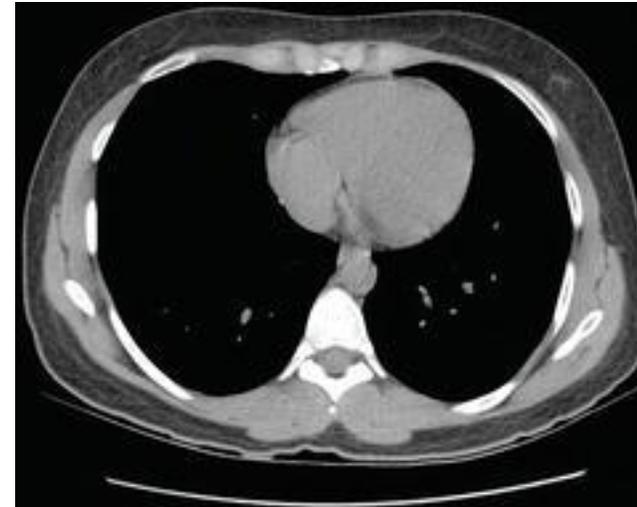
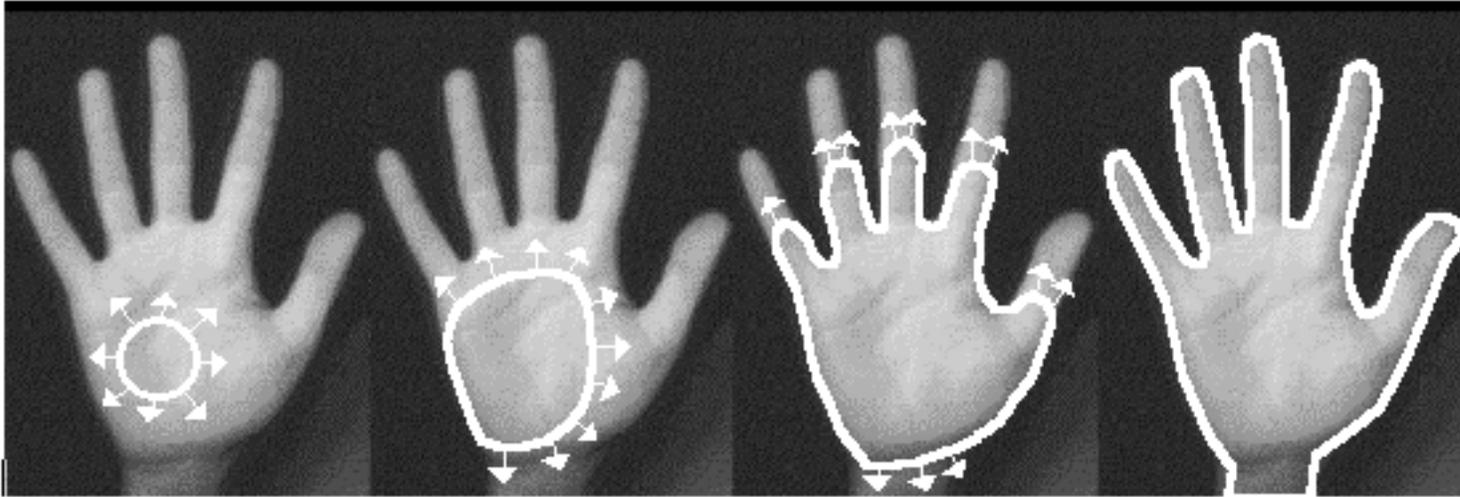
Le soglie variano per ogni immagine. Oggetti distinti spazialmente possono essere classificati nello stesso modo. Inoltre, appaiono pixel spuri (da filtrare, es. con filtro mediano), e il rumore può sovrapporre tessuti diversi che finiscono per avere valori confrontabili (anche qui si possono applicare filtri e trasformate).

Esistono algoritmi statistici e di Machine Learning per la segmentazione automatica. Questi possono agire cercando l'identificazione automatica delle interfacce tra oggetti diversi, o l'identificazione automatica delle soglie per la suddivisione in 'cluster' (algoritmi di clustering). In questo ultimo caso l'immagine viene analizzata con l'ipotesi che l'istogramma sia dato dalla somma degli istogrammi dei diversi tessuti, ciascuno di questi identificabile come un unico 'cluster'.



Esempi

Altri approcci possono usare dei modelli che vengono adattati o stimati sull'immagine ad esempio per estrarre i contorni



Registrazione

La registrazione (anche detta *image fusion*) è un'operazione globale che ha il fine di integrare bioimmagini diverse dello stesso corpo.

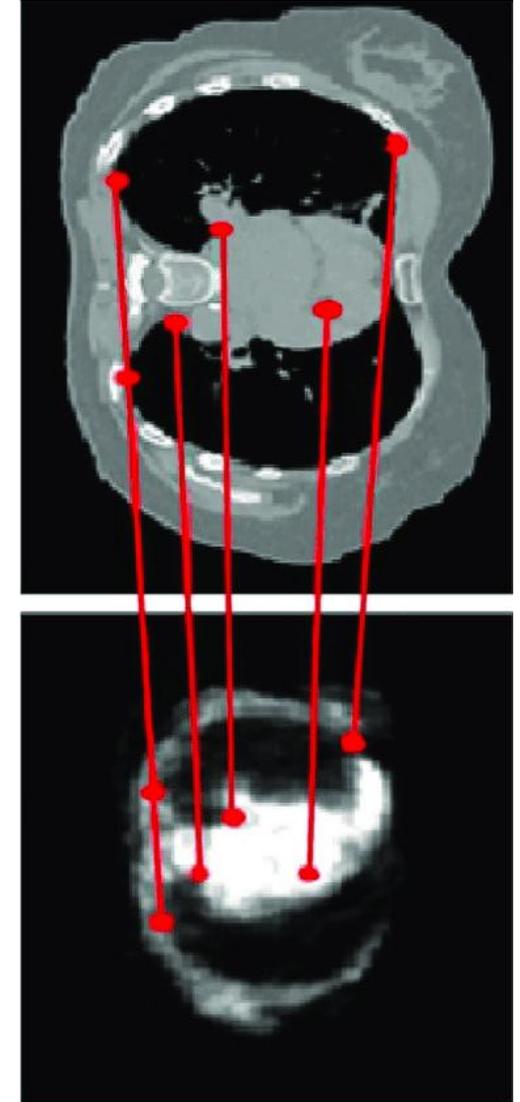
Può essere usata per combinare le informazioni provenienti dalla stessa modalità (*unimodale*).

- Correzione movimento
- Integrazione (funzionale + anatomica, fMRI + MRI)
- Follow-up (tempi diversi)

Può essere usata per combinare le informazioni provenienti da modalità diverse (*multimodale*):

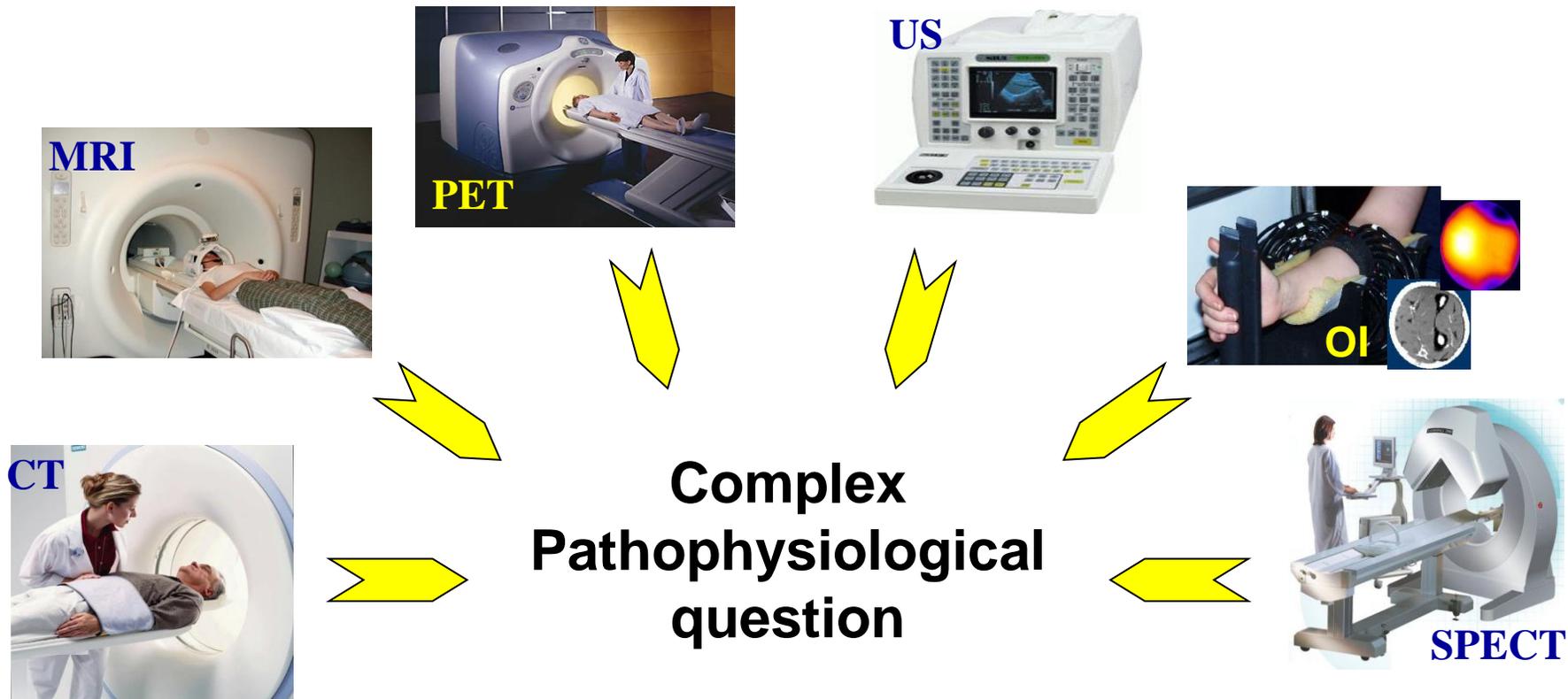
- funzionale + anatomica (PET/SPECT + MRI/CT)
- movimento/flusso/metabolismo + anatomica (US + MRI/CT)

Obiettivo: trovare la corrispondenza spaziale tra due immagini. Dato un volume corporeo nello spazio del paziente con coordinate (x_0, y_0) , questo è rappresentato con il pixel (voxel) con coordinate (x_1, y_1) nella prima bioimmagine, e con coordinate (x_2, y_2) nella seconda. La registrazione cerca una trasformazione per ricavare tale corrispondenza, ma non sempre è lineare, a volte neanche possibile, poiché le bioimmagini possono avere risoluzioni diverse, il volume può essere cambiato nel tempo intercorso.



Integrazione o registrazione di bioimmagini

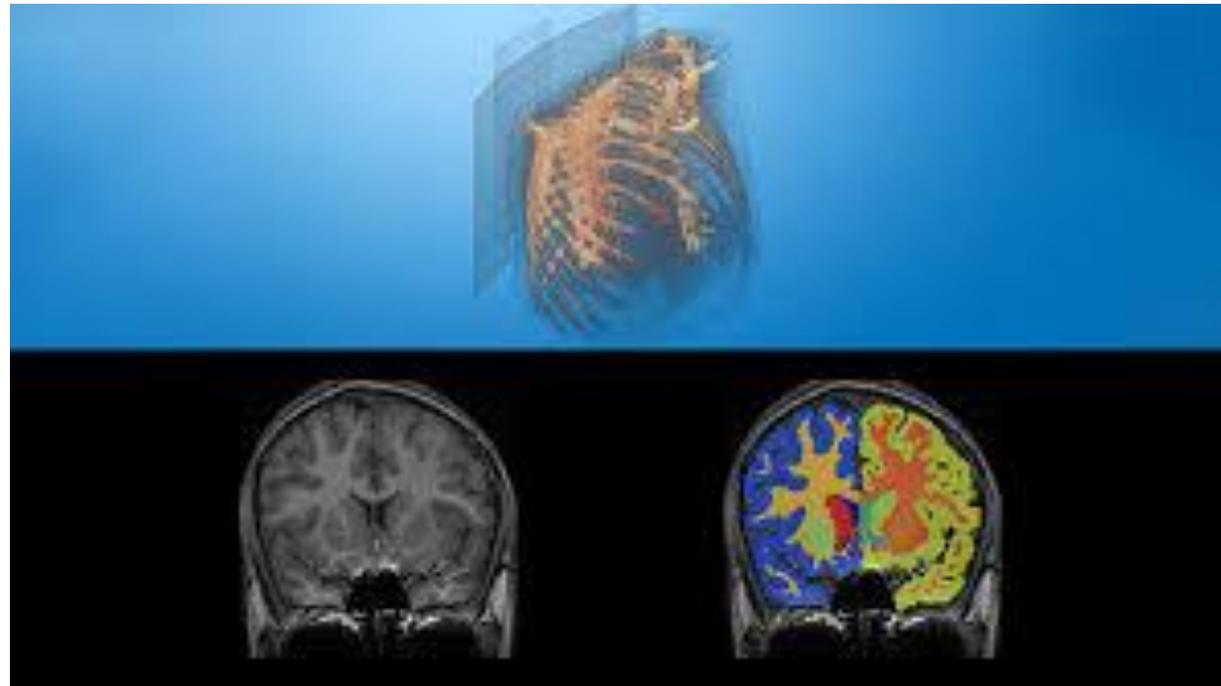
L'integrazione di diverse modalità di imaging permette lo sviluppo di modelli per rispondere a quesiti complessi.



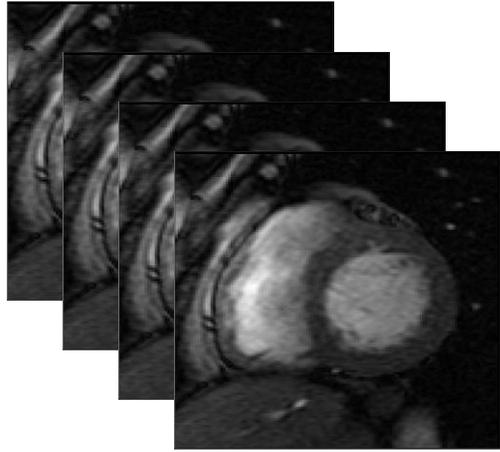
CT (Computed Tomography), (OI) Optical Imaging, MRI (Magnetic Resonance Imaging), PET (Positron Emission Tomography) and SPECT (Single Photon Emission Computed Tomography)

Information fusion

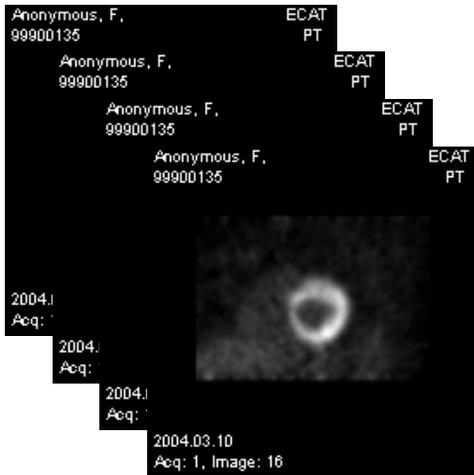
Tramite diverse modalità di interazione tra energia emessa dal sistema di imaging con i tessuti, o nel caso di emissione spontanea conoscendone le proprietà, è possibile ottenere diverse informazioni su processi e strutture. La modalità di imaging è ottimizzata in funzione delle informazioni utili ai fini dell'obiettivo specifico. Una possibilità è data dalla registrazione e dalla fusione dei dati acquisiti da diverse modalità. Questo obiettivo può essere raggiunto migliorando le soluzioni algoritmiche (software image fusion) o mediante innovazioni hardware/tecnologiche (hardware image fusion)



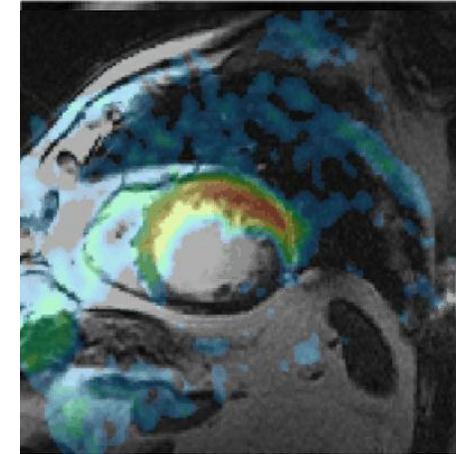
Software Image Fusion



MRI /PET con lo stessa geometria
(anche tramite una interpolazione)



Co-registrazione
delle immagini

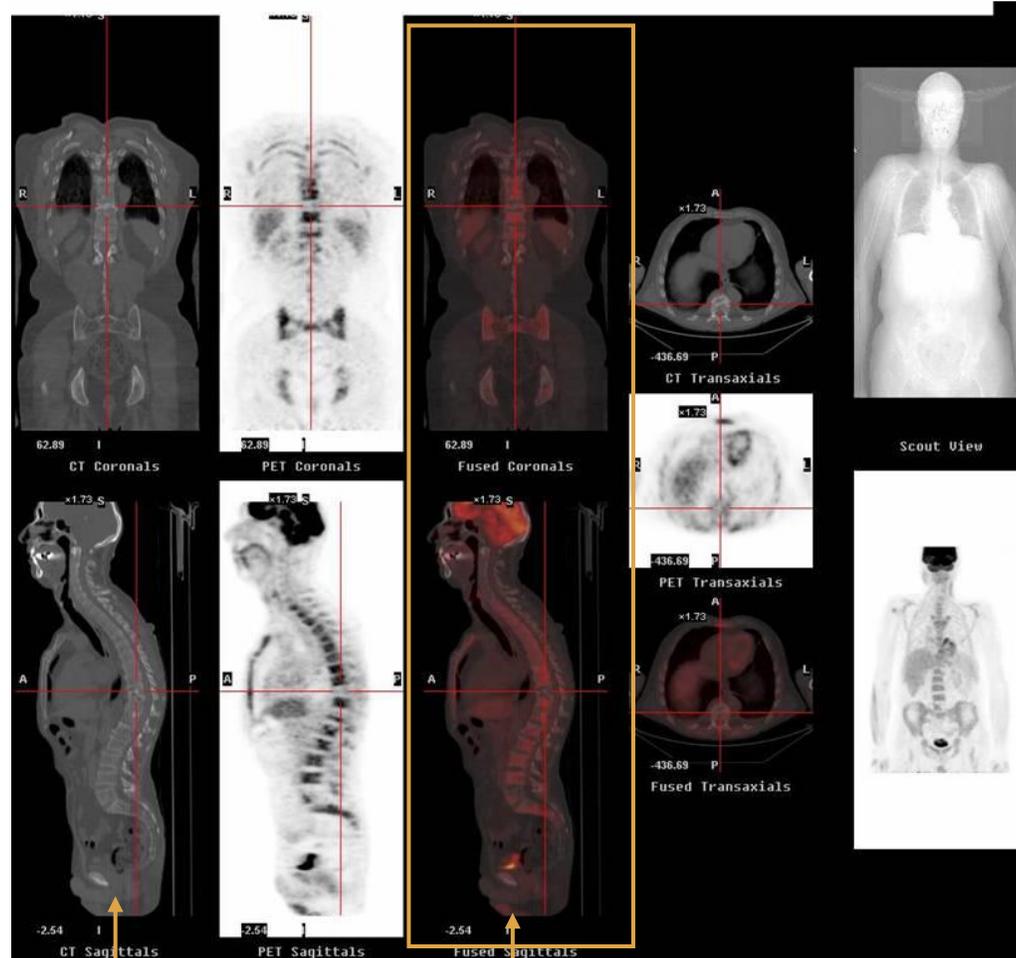
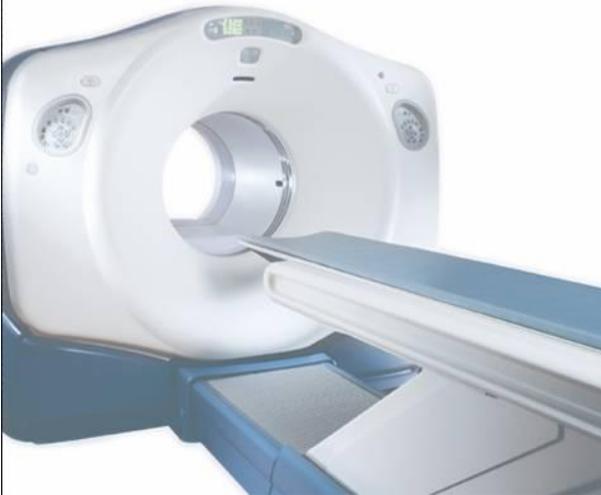


3D image fusion

In questo caso la MRI è usata per ricavare info
anatomiche, e la PET per info metaboliche

“Hardware” Image Fusion

**PET-CT GE
Discovery VCT**



**Anatomical
(CT)**

**Metabolic
(FDG PET)**

Fusion

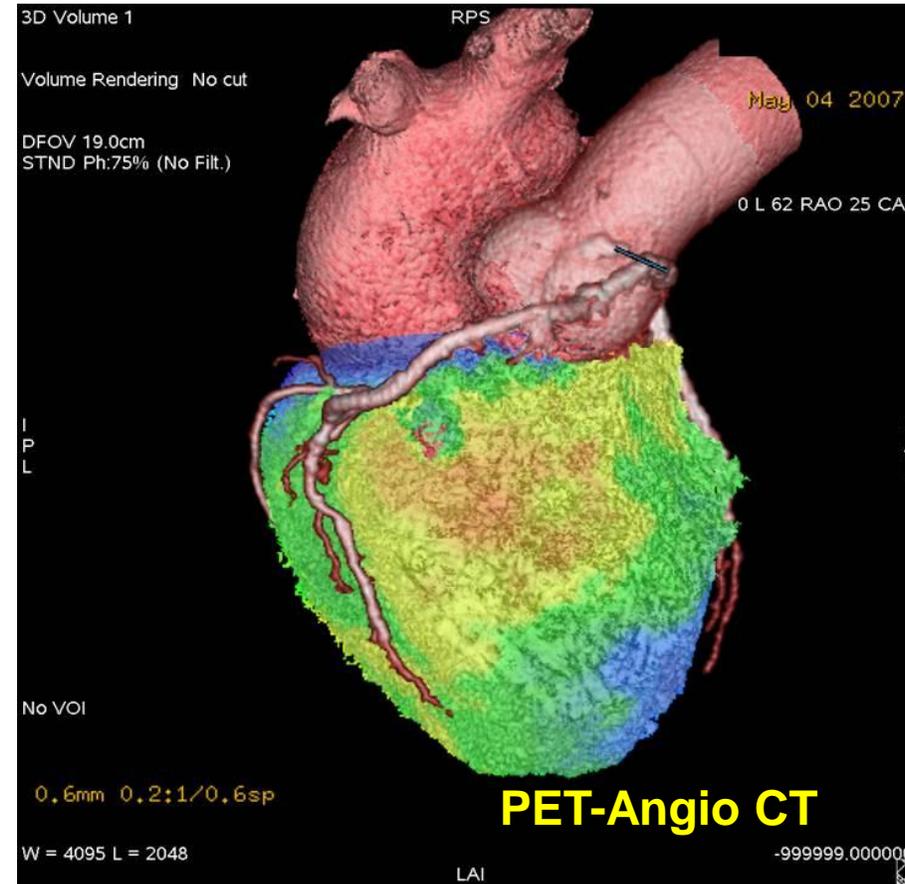
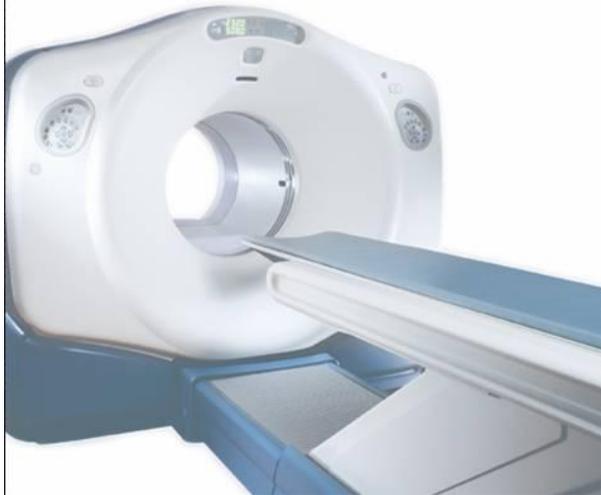
CT

FDG PET

By courtesy of Dott. Pisani Patrizia,
Institute of Clinical Physiology, CNR, Pisa

“Hardware” Image Fusion

PET-CT GE Discovery VCT



Angio- CT

FDG PET

By courtesy of Dott. Pisani Patrizia
Institute of Clinical Physiology, CNR, Pisa

Analisi nel dominio frequenziale

Una immagine o sequenza bidimensionale può essere descritta attraverso l'analogo bidimensionale dell'operazione di campionamento vista per le serie temporali

$$x(n_1, n_2) = \sum_{m_1=-\infty}^{\infty} \sum_{m_2=-\infty}^{\infty} x(m_1, m_2) \delta(n_1 - m_1, n_2 - m_2)$$

La trasformata discreta di Fourier bidimensionale è descritta dalla seguente relazione

$$X(k_1, k_2) = \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} x(n_1, n_2) e^{-j\frac{2\pi}{N_1} n_1 k_1} e^{-j\frac{2\pi}{N_2} n_2 k_2}$$

Si deve notare che l'operazione equivale alla composizione di una TDF lungo una dimensione seguita da una TDF lungo l'altra

Trasformata Discreta di Fourier 2D

L'operazione inversa si può esprimere come

$$x(n_1, n_2) = \sum_{k_1=0}^{N_1-1} \sum_{k_2=0}^{N_2-1} X(k_1, k_2) e^{+j\frac{2\pi}{N_1}n_1k_1 + j\frac{2\pi}{N_2}n_2k_2}$$

Analogamente al caso monodimensionale una "sequenza bidimensionale" può essere scomposta in oscillazioni complesse, con frequenza variabile, pesate dai coefficienti complessi $X(k_1, k_2)$

Rimangono valide le considerazioni svolte nel caso della TDF monodimensionale, relativamente al numero di funzioni complesse necessarie per rappresentare la sequenza 2D e per la taratura dell'asse frequenziale.

L'insieme dei coefficienti complessi $X(k_1, k_2)$ è rappresentabile su un piano, detto piano di Fourier.

TDF 2D

Vediamo il caso di una immagine con variazione lungo x:

$$s_x(x, y) = s_x(n \, dx, m \, dy) = \cos(2\pi f_x n \, dx)$$

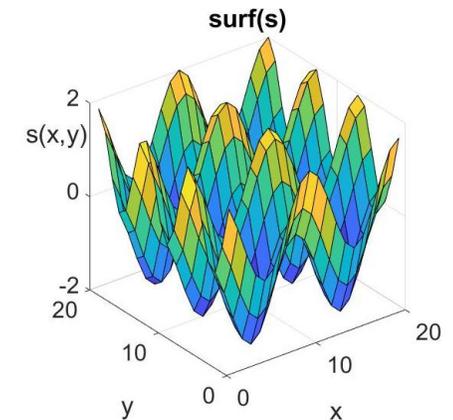
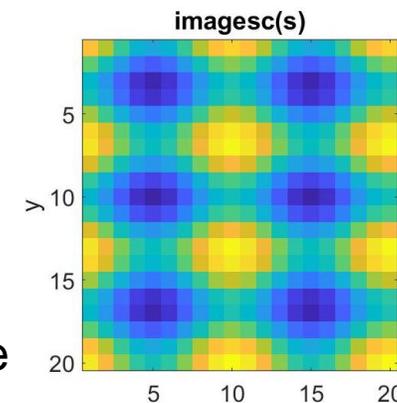
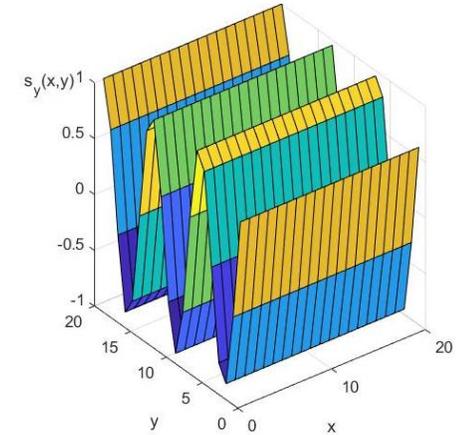
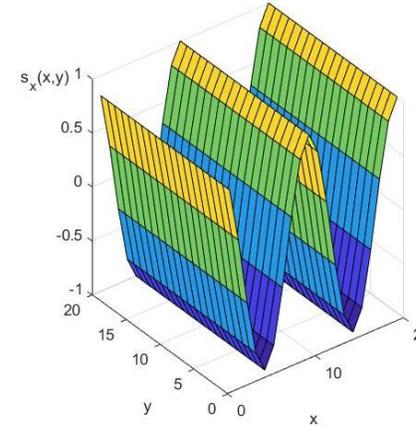
Di una con variazione lungo y:

$$s_y(x, y) = s_y(n \, dx, m \, dy) = \cos(2\pi f_y m \, dy)$$

Della somma delle due:

$$s(x, y) = s(n \, dx, m \, dy) = \cos(2\pi f_x n \, dx) + \cos(2\pi f_y m \, dy)$$

Si consideri adesso una oscillazione che ha una variazione lungo una direzione non corrispondente a x o y, ma generica. Questa oscillazione presenta variazioni sia lungo x che lungo y. Si deve tenere presente che tale oscillazione non è rappresentabile dalla somma di due componenti delle quali una esclusivamente lungo x e la seconda lungo y



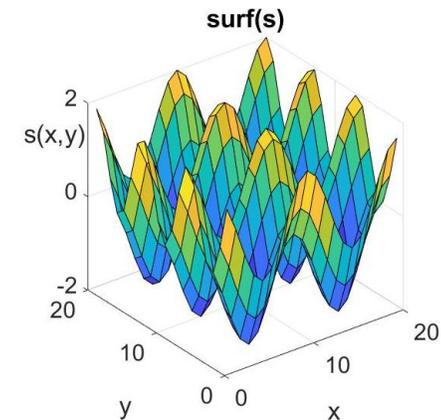
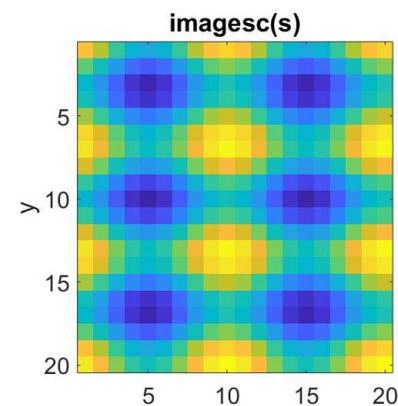
TDF 2D

In particolare il fasore complesso $e^{j2\pi(ux+vy)}$ può essere visto come un fasore di frequenza con modulo $w = \sqrt{u^2 + v^2}$, la cui intensità ha lo stesso valore per i punti che sono perpendicolari alla direzione $\vec{n} \triangleq \left(\frac{u}{w}, \frac{v}{w}\right)$

definito $\vec{r} \triangleq (x, y)$ un vettore che individua il punto (x, y) si ha

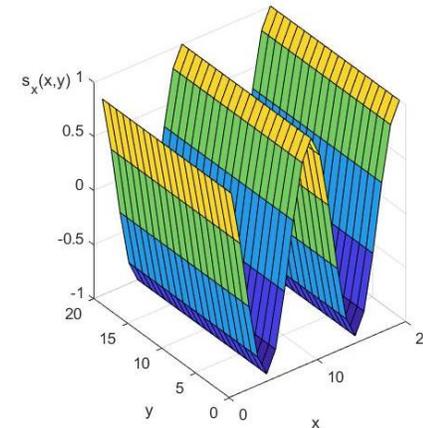
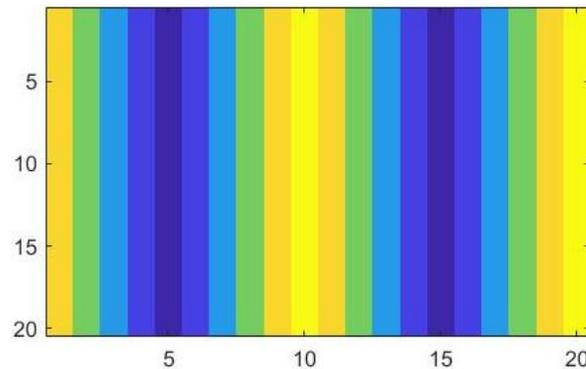
$$e^{j2\pi(ux+vy)} = e^{j2\pi w \left(\frac{ux}{w} + \frac{vy}{w}\right)} = e^{j2\pi w \vec{r} \cdot \vec{n}}$$

dove $\vec{r} \cdot \vec{n}$ è il prodotto scalare tra \vec{r} e \vec{n}



TDF 2D

La figura in basso mostra un'immagine la cui intensità varia in modo sinusoidale lungo x . La variazione è evidenziata dal cambio di colore: l'immagine che appare continua, in realtà è realizzata a partire da una matrice di valori e ogni pixel dell'immagine corrisponde al valore $s(x,y)$

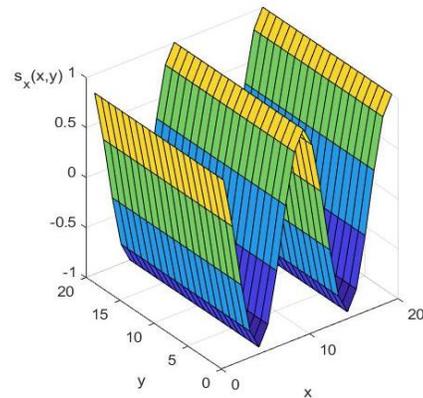


La stessa immagine può essere visualizzata nelle tre dimensioni in modo da evidenziare nella terza dimensione l'ampiezza di $s(x,y)$

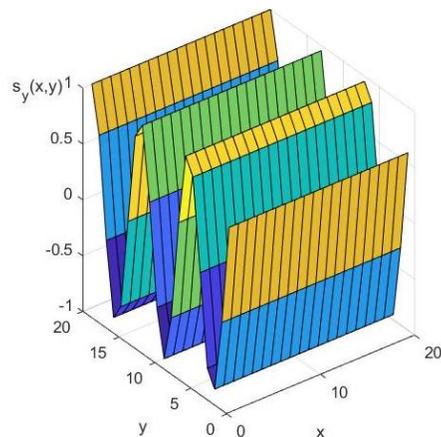
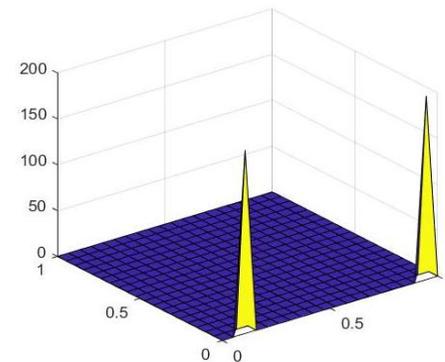
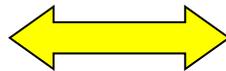
TDF 2D

La trasformata discreta di Fourier bidimensionale, in ambiente Matlab, viene realizzata tramite il comando `fft2(.)`. Può essere ottenuta anche applicando il comando `fft(.)` monodimensionale, prima lungo le righe e poi, al risultato ottenuto, lungo le colonne, o viceversa.

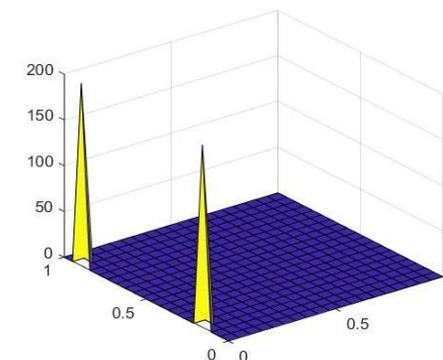
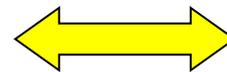
Di seguito l'ampiezza della TDF per due immagini in cui la variazione avviene lungo direzioni ortogonali.



TDF 2D



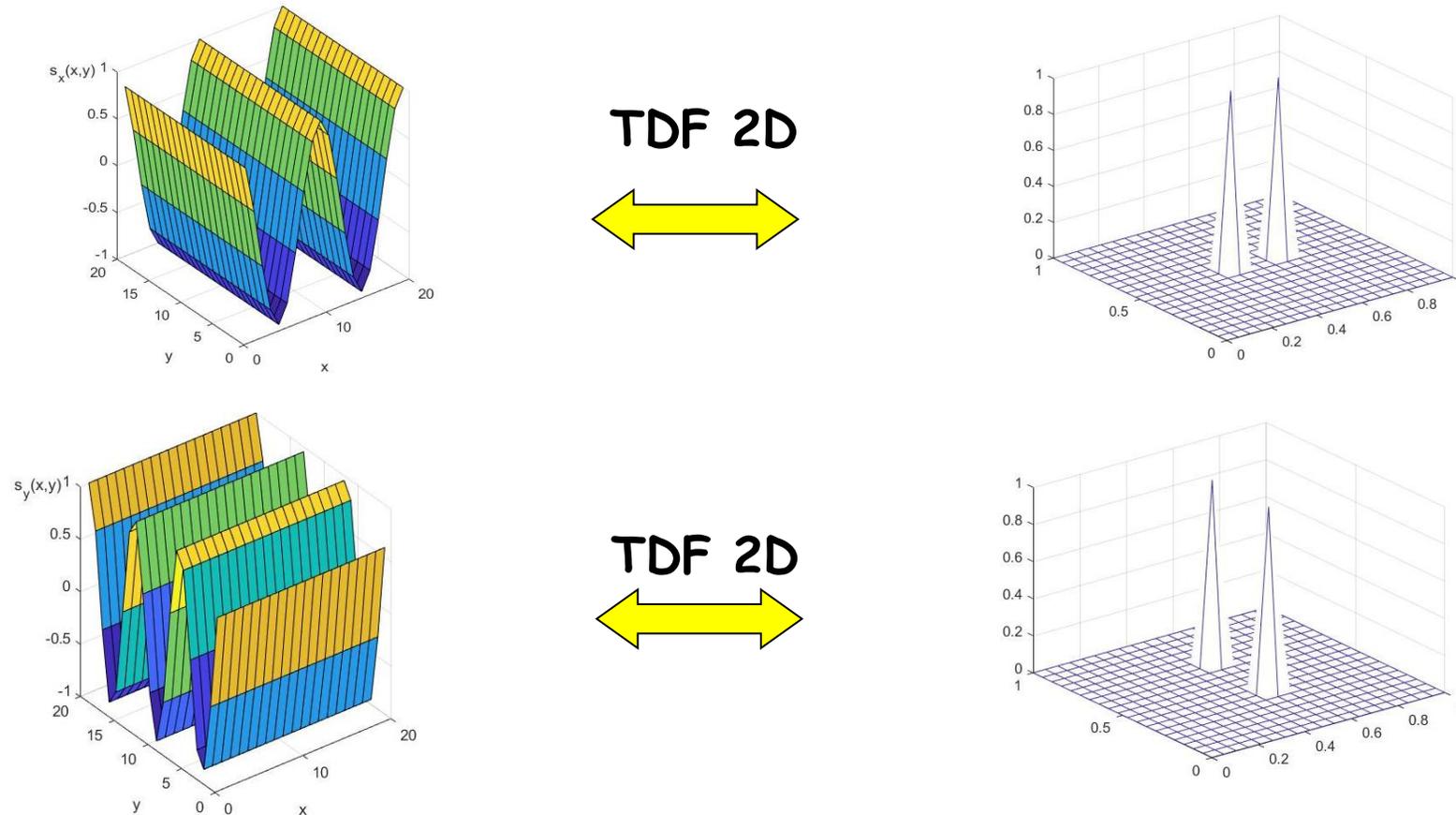
TDF 2D



Per la taratura degli assi dello spettro di ampiezza 2D è stata usata la frequenza normalizzata

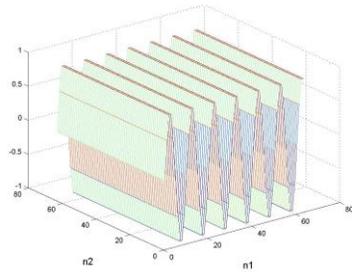
TDF 2D

Con l'operazione di *fftshift(.)* è possibile visualizzare, analogamente al caso monodimensionale, l'intervallo frequenziale a cavallo dello zero.

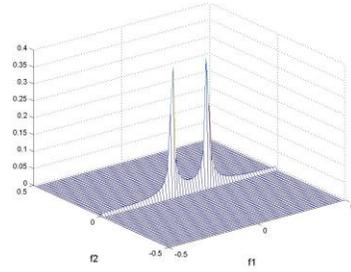


TDF 2D

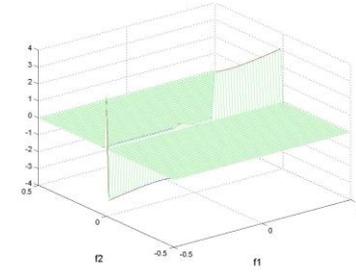
Di seguito viene mostrato anche lo spettro di fase....



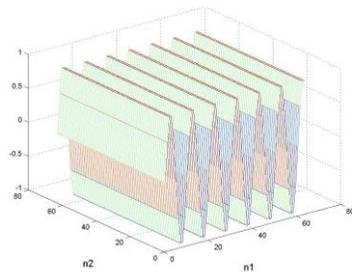
TDF 2D



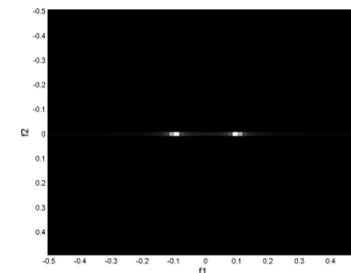
Ampiezza



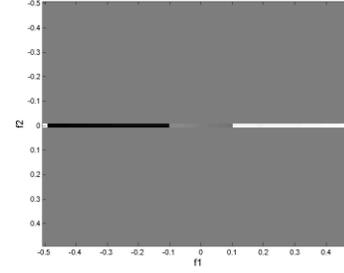
Fase



TDF 2D

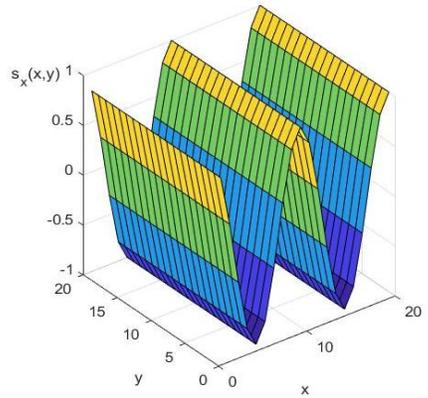


Ampiezza

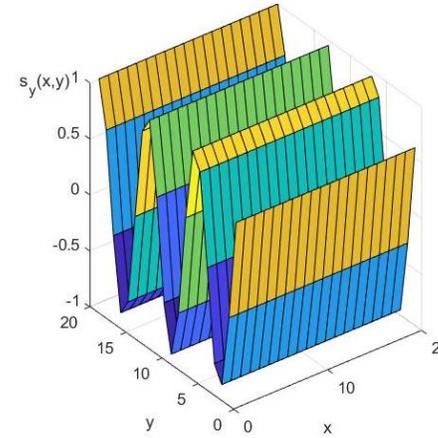
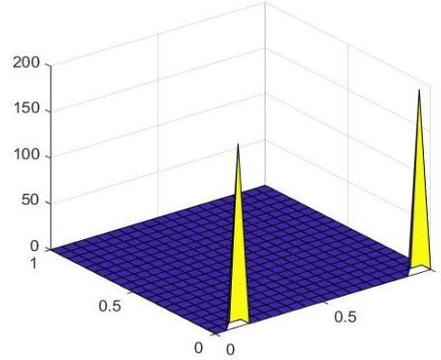


Fase

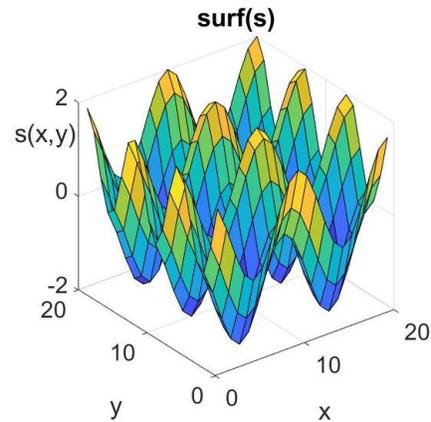
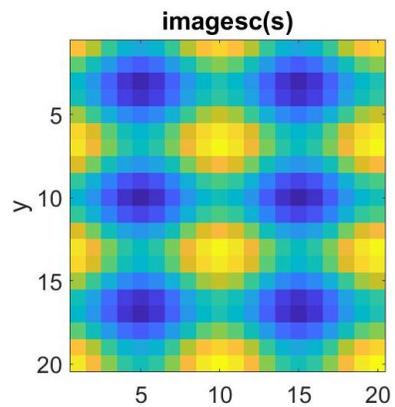
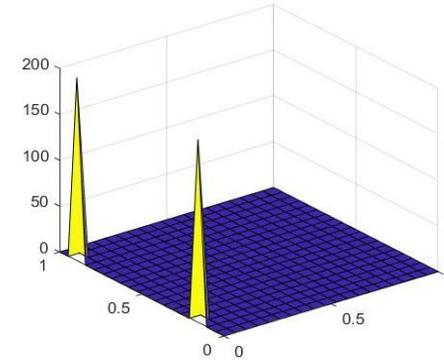
TDF 2D



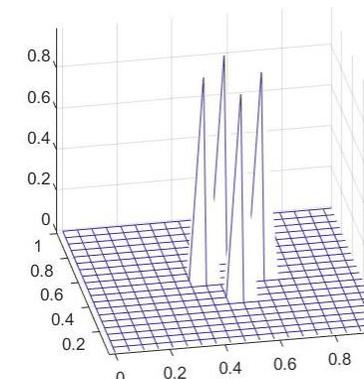
TDF 2D



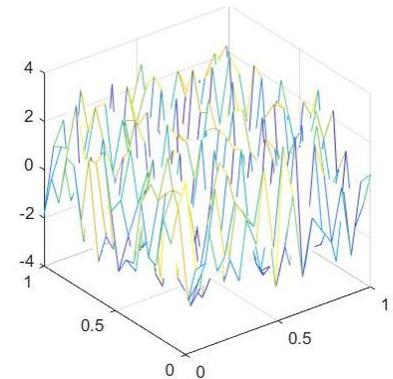
TDF 2D



TDF 2D



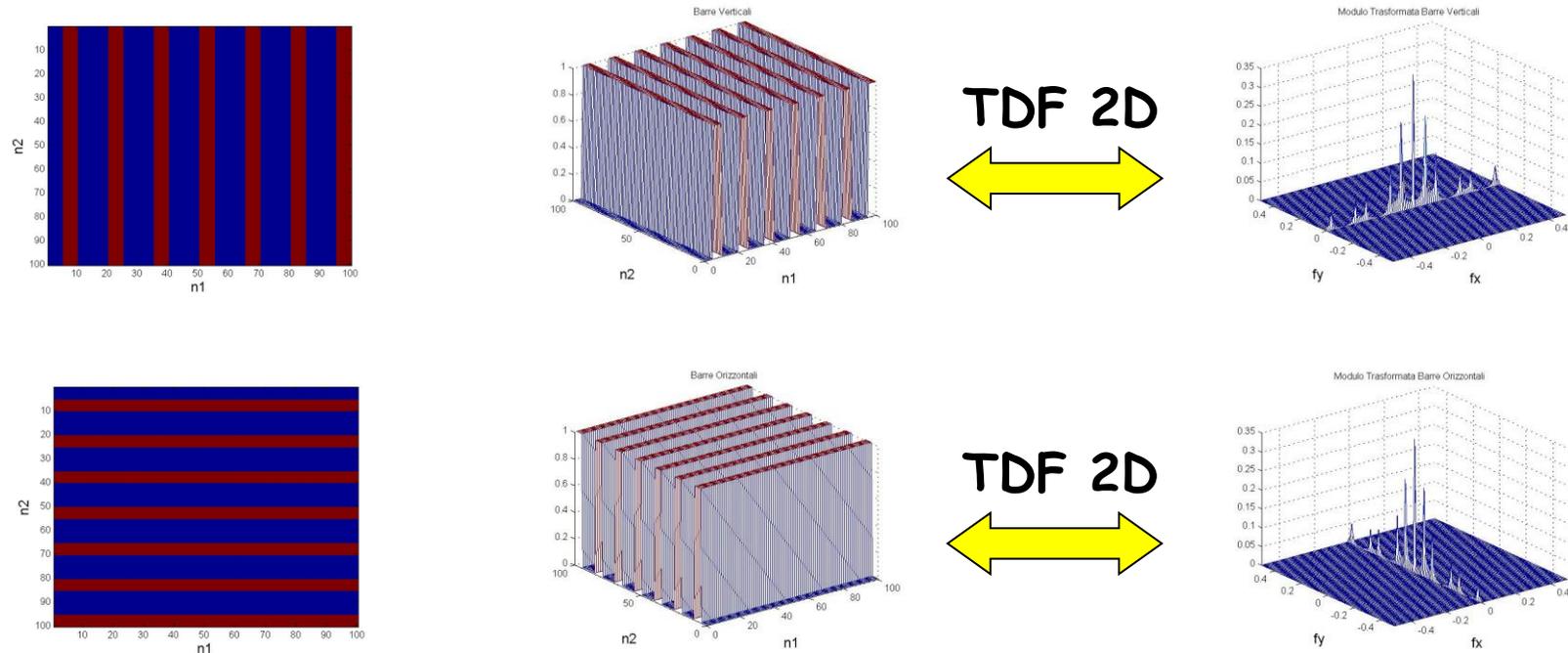
Ampiezza



Fase₇₇

TDF 2D

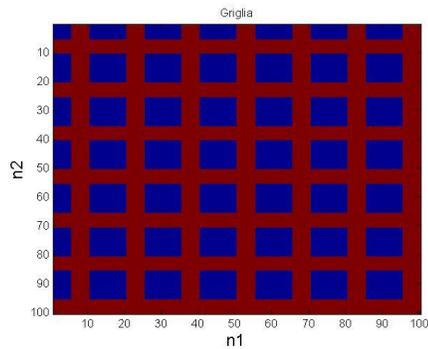
Si veda l'ampiezza della trasformata di immagini costituite da barre orizzontali e verticali.



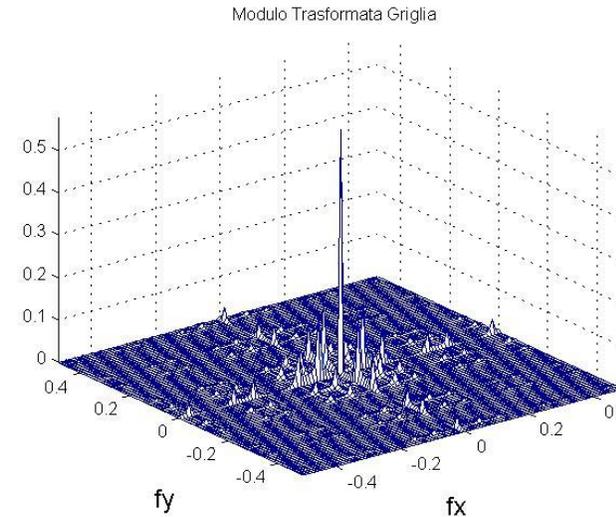
Si deve notare come il profilo lungo le direzioni parallele all'asse fx per le barre verticali e quelle all'asse fy per le barre orizzontali è analogo al profilo della trasformata discreta monodimensionale dell'onda rettangolare

TDF 2D

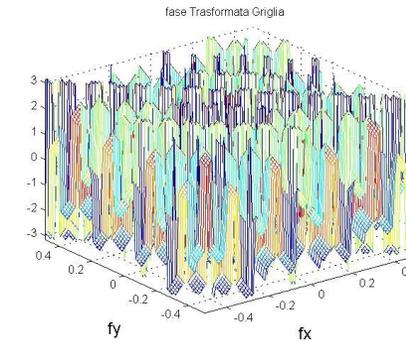
Vediamo l'ampiezza e la fase della trasformata di un'immagine costituita da una griglia.



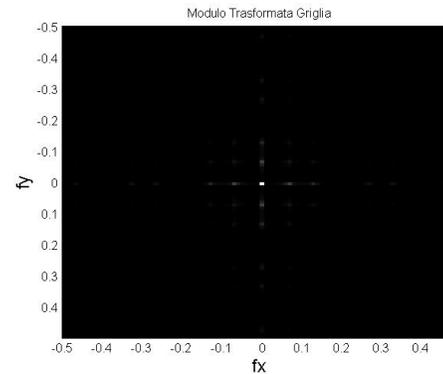
TDF 2D



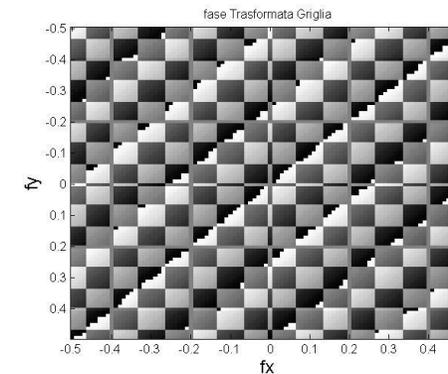
Ampiezza



Fase



Ampiezza

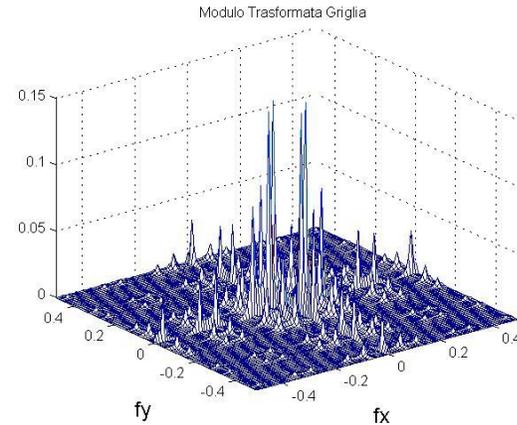


Fase

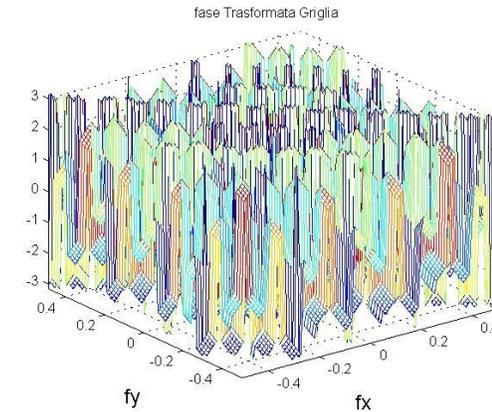
TDF 2D

Per migliorare la visualizzazione dei picchi relativi alle armoniche è possibile togliere il valore medio all'immagine: questo porta all'eliminazione della componente continua $fx=0, fy=0$

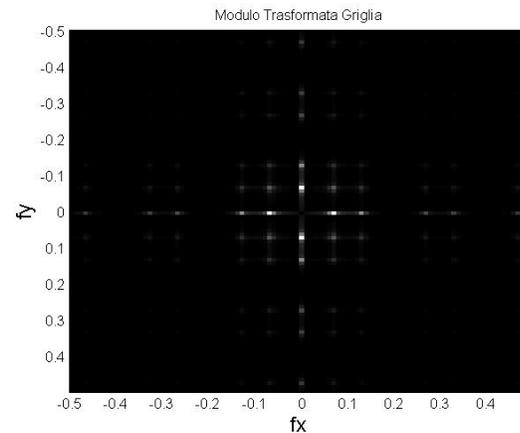
Ampiezza



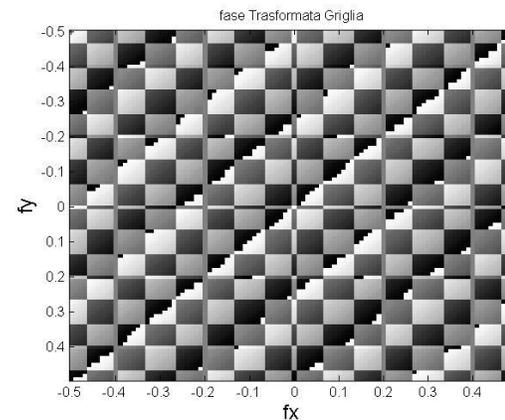
Fase



Ampiezza



Fase



Esempi TDF

Vediamo la trasformata di un'immagine di una cultura cellulare ottenuta tramite un microscopio confocale. L'immagine originale è a colori e le cellule, preventivamente marcate, risultano verdi. Di seguito viene elaborata la componente verde estratta dall'immagine originale. L'immagine è un'immagine di intensità: valori chiari rappresentano una alta componente verde nell'immagine originale, valori scuri rappresentano una bassa componente verde nell'immagine di partenza. Essendo l'immagine di partenza in RGB, essa è rappresentata attraverso una matrice $N_x * N_y * 3$ e selezionare la componente verde equivale semplicemente a selezionare $s(:, :, 2)$

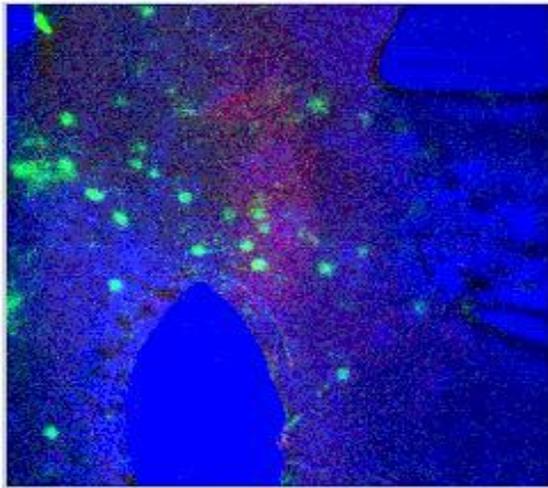
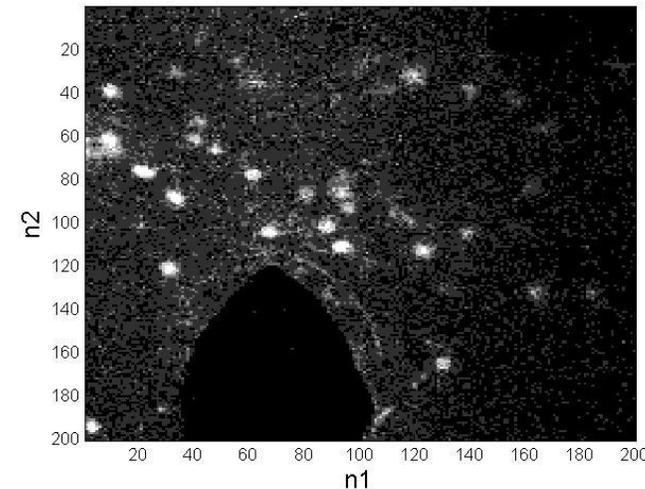
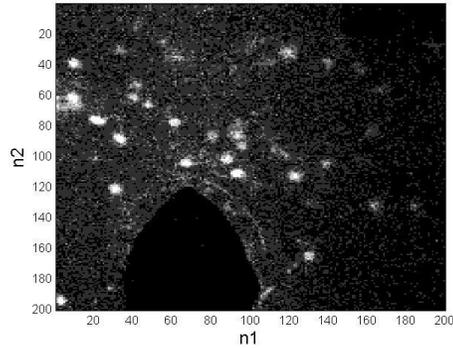


Immagine di partenza



Componente verde

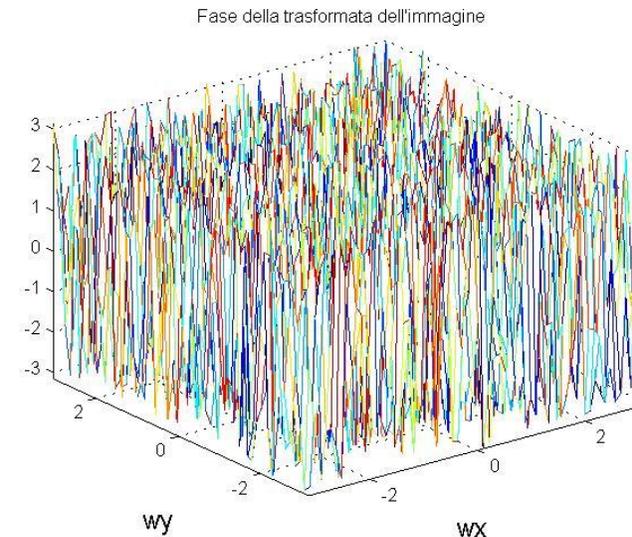
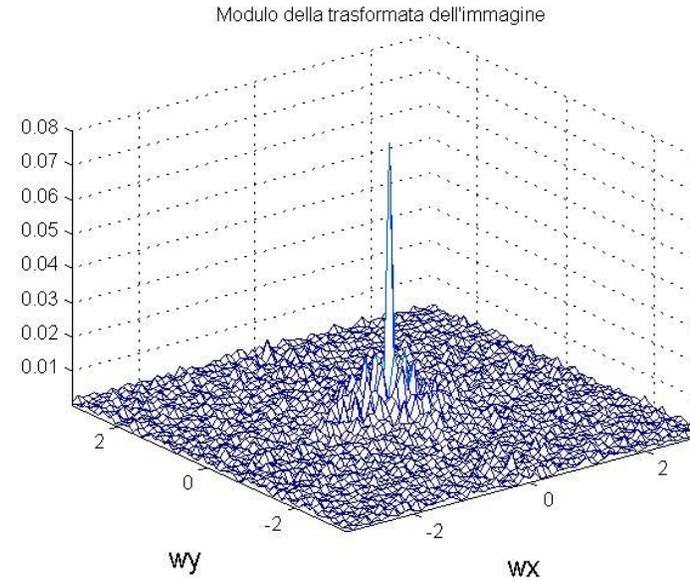
Esempi TDF



TDF 2D



Componente verde



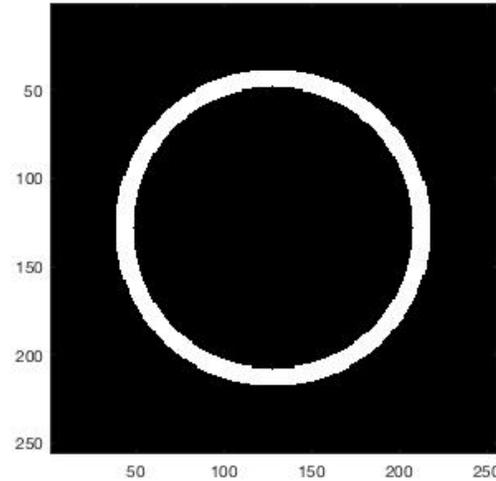
Lungo gli assi sono indicate le pulsazioni normalizzate quindi comprese tra $[-\pi, \pi]$ rad

$$\omega = \frac{2\pi k}{N}$$

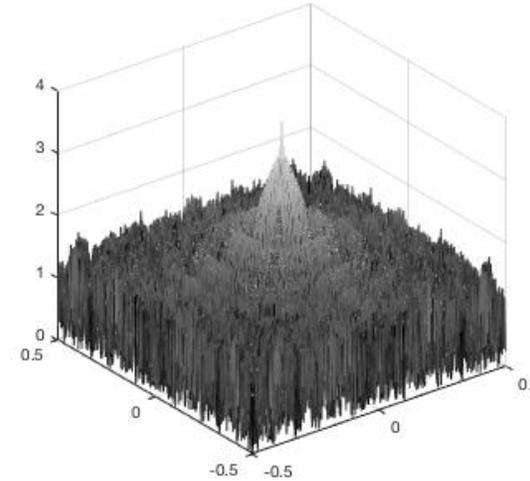
Esempi TDF

Immagine di partenza
con modulo della trasformata

(n.b., in realtà è visualizzato
 $\log_{10} \left(1 + \text{abs} \left(H(f_x, f_y) \right) \right)$ per
migliorare la visualizzazione)



Immagine



Ampiezza TDF

Esempio di applicazione
del filtro gradiente lungo x
e lungo y

$$\Delta_x I = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$\Delta_y I = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Vediamo il risultato del gradiente lungo x (sx) e lungo y (dx) con le rispettive trasformate

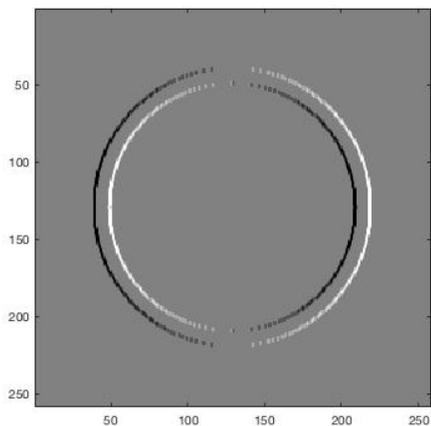
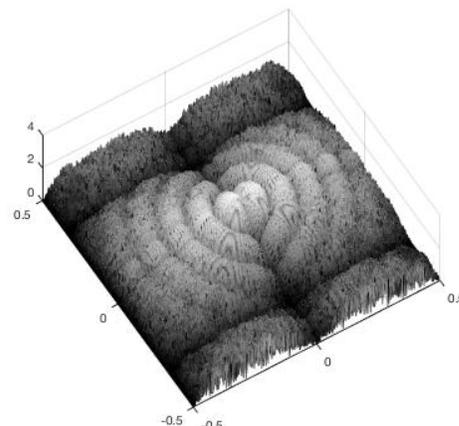


Immagine con filtro x



Ampiezza TDF

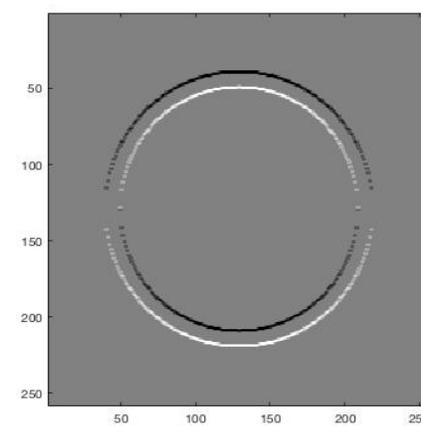
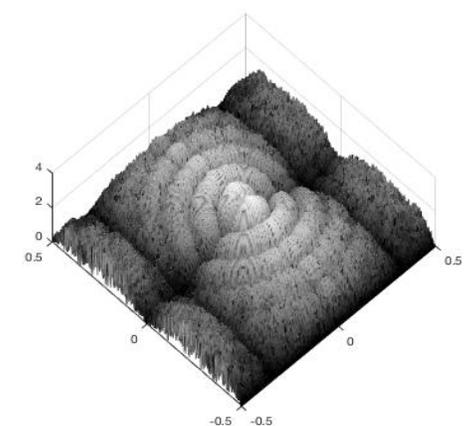


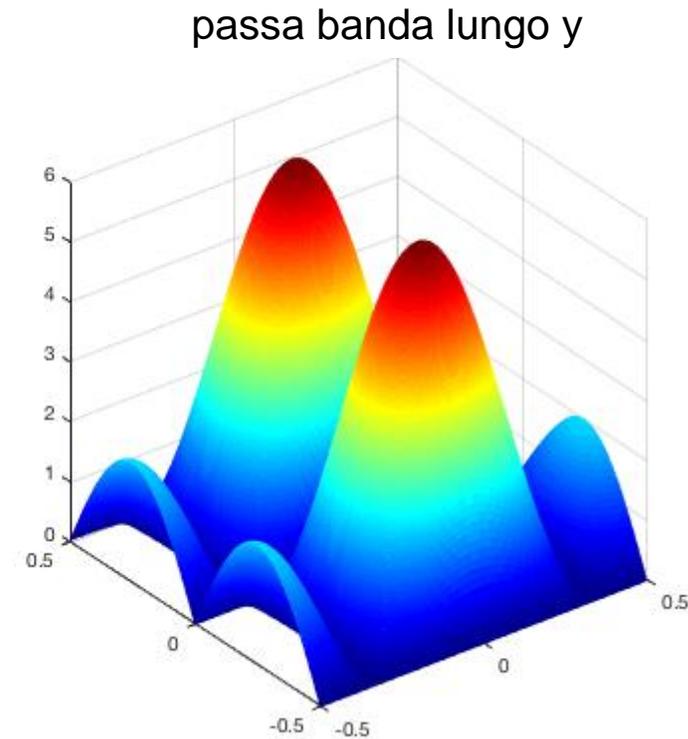
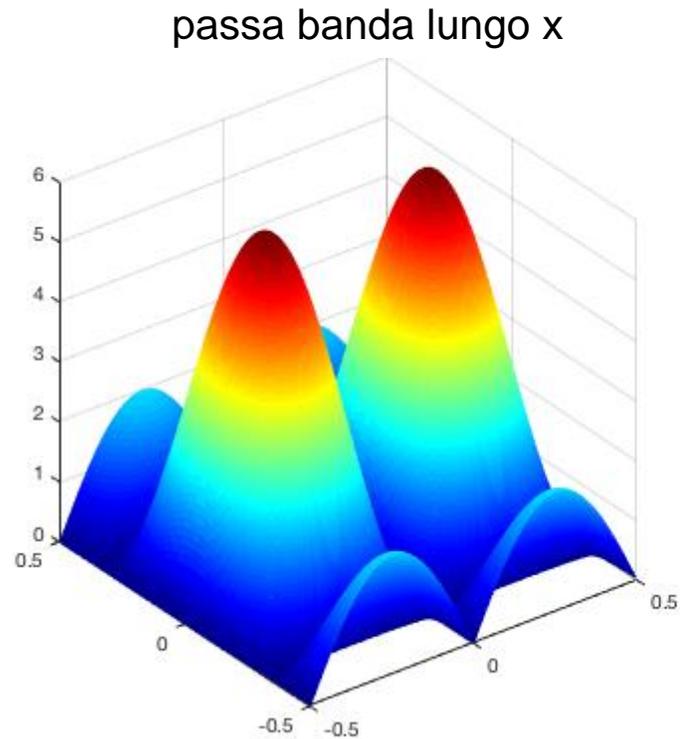
Immagine con filtro y



Ampiezza TDF

Esempi TDF

Esempio di trasformate di questi filtri, entrambi passa banda con caratteristiche direzionali



I filtri 2D visti in precedenza (e.g., medio, mediano, Gauss, gradiente, Laplaciano) che effetto hanno in frequenza?