

# Modello matematico di array di sensori tattili per la discriminazione della fine-form di un oggetto

## I. Introduzione

La ricerca nel campo degli array di sensori tattili è focalizzata sull'emulazione delle caratteristiche di questo complesso senso del corpo umano allo scopo di creare dei robot con un sistema tattile completamente artificiale.

Concettualmente il lavoro può essere diviso come segue:

- Sviluppo analitico e numerico di modelli per l'interazione oggetto-sensore;
- Definizione di fine-form discrimination come problema inverso del meccanismo di contatto e analisi della soluzione inversa in termini di caratteristiche di progetto del sensore, vincoli fisici e struttura matematica del problema stesso;
- Progetto, implementazione e test di algoritmi capaci di valutare la forma di un oggetto usando la riga di dati forniti dal sensore.

In particolare, il modello della discriminazione della forma di un oggetto come problema inverso non lineare ci ha portato all'uso di reti neurali artificiali (NN) per approssimarne la soluzione. Sono stati considerati due progetti di NN: uno basato sul Radial Basis Functions (RBFs), che può essere legato direttamente con l'investigazione analitica del problema inverso, e l'altro che utilizza la rete Multi-Layer Perceptron (MLPs) con funzioni di attivazione sigmoid-like e algoritmo di backpropagation dell'errore. In entrambi i casi, i risultati mostrano un'accurata ricostruzione del problema, una robustezza dei dati simulati al rumore e una congruenza con i dati forniti dal sensore.

## II. Dal tatto biologico a quello artificiale

Negli ultimi anni i meccanismi responsabili della percezione tattile hanno avuto una grande considerazione. In particolare, esperimenti condotti su soggetti umani hanno mostrato che la percezione tattile è non soltanto rapida e accurata nell'esplorazione dell'ambiente circostante il soggetto, ma anche che questo senso è superiore alla vista per la determinazione della consistenza superficiale, della rigidità e della forma di un oggetto.

Da un lato questi risultati hanno spinto i biologi a determinare più accuratamente le caratteristiche anatomiche della pelle, dei recettori in essa contenuti e della rete di nervi che sta alla base del meccanismo di risposta. Dall'altra, sforzi ugualmente ingenti sono stati fatti per la ricostruzione artificiale di sensori capaci di riprodurre tale complessa struttura.

L'aspetto chiave della neurofisiologia del tatto consiste nella rappresentazione e codifica dei patterns spaziali e temporali dei meccanismi di stimolo, come percepiti da varie popolazioni di recettori.

Negli ultimi anni, sono state proposte una varietà di soluzioni tecnologiche per ottenere mappe bidimensionali delle forze di contatto e di spostamento, ma uno dei problemi più attuali affrontati dai ricercatori, ancora in attesa di soddisfacente soluzione, riguarda la rilevazione dello scivolamento incipiente e la ricostruzione del profilo locale di indentation.

Per risolvere tale problema viene proposto, in questo articolo, viene usato un array di sensori allo scopo di discriminare gli oggetti in base alla forma.

La metodologia proposta è basata su tre strumenti:

- la modellazione del problema è ottenuta attraverso concetti di meccanismi di contatto,
- l'analisi è eseguita con la struttura della teoria di regolazione,
- la soluzione algoritmica è ottenuta dal progetto NN adatto.

Per la maggior parte delle applicazioni robotiche, la velocità è essenziale per il calcolo della soluzione, cioè i dati devono essere forniti in real-time, per questo motivo si utilizzano reti neurali per la parte computazionale del modello.

E' importante sottolineare che il problema risolto con tale modello non presenta linearizzazione del fenomeno, ma tratta la sua risoluzione anche nel range non lineare.

### III. Array di sensori tattili sensibili a componenti stress

Il sensore è stato concepito come un dispositivo che tenta di simulare la struttura piezoelettrica della pelle biologica usando un array di elementi di polimero sintetico (PVDF). Sono stati costruiti due array prototipali, entrambi costituiti da un totale di 42 elementi sensibili.

In uno dei prototipi gli elementi sensibili sono assemblati in 7 piccole zone esagonali, ognuna contenente 6 cristalli polimerici. Tali cristalli sono stati tagliati lungo a propri assi in modo tale che ogni cristallo presenti una particolare direzione del campo di stress. Gli elementi di ogni zona generano sei segnali dai quali possono essere estratte le sei componenti indipendenti del tensore dello stress. Ogni gruppo di sei elementi è considerato idealmente come un'ideale unità tattile (tactel). Ogni unità sensibile ha un diametro di 0,4 mm e la distanza tra i centri è 1 mm.

Gli elementi del sensore sono incollati a un sottile film di Kapton usando un conduttore epossidico e le tracce degli elettrodi di contatto sono realizzate con tecniche di sputtering associate a fotolitografia. Il film di Kapton è confinato tra lo strato di gomma (spesso 1 mm, 0,5 rapporto di Poisson) e un supporto rigido di ceramica. La pelle artificiale deve avere una serie di unità di questo tipo, mostrata in fig. 1.

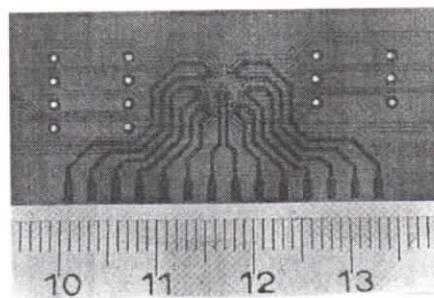


Fig.1

Per analizzare la discriminazione fine-form è stato sviluppato un prototipo particolare realizzato con un array lineare di 1 cm di lunghezza con 21 unità tattili, contenenti, ognuna di loro, 2 elementi polimerici per la rilevazione di due componenti di stress: una componente di stress tangenziale e una combinazione lineare di stress normali.

L'array lineare è stato montato su una piattaforma mobile che è parte di un sistema di test che comprende anche un attuatore dinamico fisso per applicare un contatto controllato (in termini di carico o spostamento) sulla superficie del sensore.

La piattaforma mobile permette lo spostamento del sensore sotto l'attuatore con 4 gradi di libertà (2 traslazionali e 2 rotazionali) e con una risoluzione di  $1 \mu\text{m}$  e 0,02 gradi. L'intero sistema (attuatore e piattaforma mobile) è controllato dal computer. Quando viene applicato un contatto allo strato di gomma, l'array lineare viene spostato lungo la sua normale di una quantità tale da ottenere la scansione di un'immagine di stress di  $1 \times 1 \text{ cm}^2$ , corrispondente ad un aster di  $21 \times 21$  punti.

#### IV. Meccanismo di contatto, soluzione "forward" e statement del problema inverso

Per esplorare le capacità del sensore di misurare le singole componenti di stress, è necessario ottenere espressioni esplicite dello stato di tensione generato da un oggetto di forma qualsiasi e risolvere il problema elastico diretto. Per fare ciò si assume come sistema di riferimento un sistema cartesiano con origine sulla superficie del sensore e asse z perpendicolare ad essa, come mostrato in fig. 2.

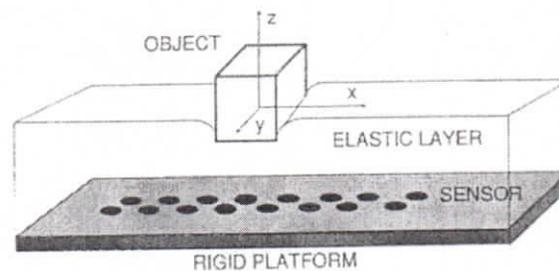


Fig. 2

Il sensore è delimitato dalla superficie  $\Gamma_0$  (superficie del sensore),  $\Gamma_1$  (base rigida, contenente le unità sensibili) e  $\Sigma$  (le quattro facce laterali) (v. Fig. 3).

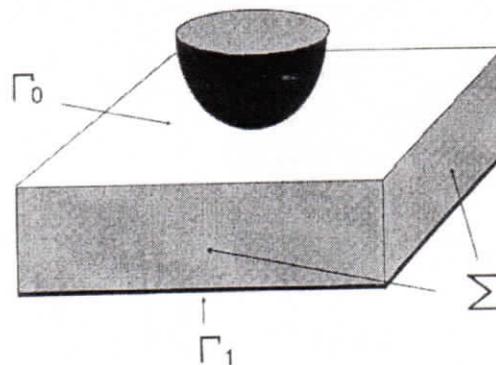


Fig. 3

La componente  $ij$  dello stress nel punto  $(x, y, z)$  è indicato con  $\sigma_{ij}(x, y, z)$  con  $i, j = x, y, z$ ; la componente dello spostamento nella direzione  $i$  al punto  $(x, y, z)$  è indicata con  $u_i(x, y, z)$  con  $i = x, y, z$ . Notiamo che  $\sigma_{ii}$  è la componente normale di stress e  $\sigma_{ij}$  quella tangenziale; vale, inoltre, che  $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ . Lo stress totale al punto  $(x, y, z)$  è indicato con  $\sigma(x, y, z)$ ; analogamente  $u(x, y, z)$  denota lo spostamento totale.

Il problema diretto consiste nel determinare le componenti dello stress dentro il parallelepipedo elastico delimitato da  $\Gamma_0$ ,  $\Gamma_1$  e  $\Sigma$ , dopo aver causato una deformazione con

l'applicazione di un indenter sulla superficie del sensore, conoscendo le condizioni al contorno. Il problema viene affrontato nel range di linearità elastica, considerando che il contatto avvenga senza frizione e che il carico sia normale alla superficie.

La relazione tra il tensore dello stress e lo spostamento della regione  $\Omega$  delimitata da  $\Gamma_0$ ,  $\Gamma_1$  e  $\Sigma$ , corrispondente allo strato elastico del sensore, è :

$$\nabla^* \sigma = \mu \nabla^2 \mathbf{u} + (\lambda + \mu) \nabla (\nabla^* \mathbf{u}) \quad (1)$$

dove  $\lambda$  e  $\mu$  sono le costanti di Lamè che caratterizzano l'elasticità del materiale. In un problema quasi-stabile, come questo, è soddisfatta la seguente equazione di equilibrio:

$$\nabla^* \sigma + \mathbf{p} = 0 \quad (2)$$

dove  $\mathbf{p}$  è la forza volume applicata allo stato elastico.

Le condizioni al contorno vengono imposte dalla forma del sensore; in particolare,  $\Gamma_1$  è una superficie rigida, quindi è vincolata, mentre  $\Sigma$  è una superficie libera. La superficie  $\Gamma_0$  deve essere divisa in due zone:  $\Gamma_{01}$ , che è la zona deformata dall'oggetto, e  $\Gamma_{02}$  che è la zona non interessata da deformazione ed è una superficie libera.

L'insieme delle condizioni al contorno del problema diretto si può riassumere nel seguente schema:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \mathbf{0} & \Gamma_1 \\ \mathbf{u} &= \mathbf{u}_0 & \Gamma_0 \\ \sigma^* \mathbf{n} &= 0 & \Sigma \cup \Gamma_{02} \end{aligned} \quad (3)$$

dove  $\mathbf{n}$  è il vettore normale a  $\Sigma \cup \Gamma_{02}$ .

Il modello matematico può essere trovato con vari metodi numerici; in questa trattazione si è scelto di discretizzarlo con il metodo degli elementi finiti.

Il programma a elementi finiti simula il contatto di vari oggetti con la superficie superiore di un parallelepipedo elastico di  $1 \text{ cm}^2$  di superficie e  $1 \text{ mm}$  di profondità con un modulo elastico costante e la superficie inferiore rigida.

La griglia su una sezione orizzontale è stata discretizzata in  $21 \times 21$  punti, che è la risoluzione del sensore reale, mentre l'intera profondità del livello elastico è stato discretizzata in 40 sezioni di  $0,05 \text{ mm}$ .

Tale programma fornisce una simulazione grafica che fornisce i componenti del tensore dello stress a livello degli elementi sensibili.

Supponiamo di poter misurare il tensore dello stress su  $\Gamma_1$ , così che:

$$\sigma(x_i, y_j, h) = t_{ij} \quad \text{con } i, j = 1, \dots \quad (4)$$

dove  $h$  è la distanza tra le due superfici parallele  $\Gamma_0$  e  $\Gamma_1$ .

La discriminazione fine-form può essere vista come un problema inverso del meccanismo di contatto come segue:

**Data la misurazione del campo di stress  $\sigma$  su un numero discreto di punti  $\{(x_i, y_j, h)$  con  $i, j = 1, \dots, N\}$  su  $\Gamma_1$ , si determina lo spostamento  $\mu$  su  $\Gamma_0$ .**

La ricostruzione delle condizioni al contorno di un'equazione differenziale dalle sue soluzioni, non garantisce sulla loro esistenza, unicità e stabilità; inoltre il problema inverso non

consente la divisione della superficie superiore  $\Gamma_0$  in due regioni alle quali possano essere applicate separatamente le condizioni di Neumann e Dirichlet.

Consideriamo il problema inverso come un problema di controllo ottimale, cioè cerchiamo la funzione di costo da minimizzare. Definiamo:

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \mathbf{u}(x,y,z) & (x,y,z) \in \Gamma_0 \\ \mathbf{t} &= \boldsymbol{\sigma}(x,y,z) & (x,y,z) \in \Gamma_1 \\ \mathbf{t} &= \mathbf{t}(\mathbf{v}) \end{aligned}$$

ove  $\mathbf{v}$  è il segnale di controllo e  $\mathbf{t}$  la variabile osservata e sia l'equazione di stato definita da:

$$\nabla^* \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{p} = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (5)$$

con le seguenti condizioni al contorno, diverse da quelle precedenti

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \mathbf{0} & \Gamma_1 \\ \mathbf{u} &= \mathbf{v} & \Gamma_{01} \\ \boldsymbol{\sigma}^* \mathbf{n} &= 0 & \text{su Sigma} \end{aligned} \quad (6)$$

Preso la misura  $\zeta$ , definita in  $\Gamma_1$ , bisogna trovare  $\mathbf{v}$  che minimizza la funzione di costo:

$$J(\mathbf{v}) = \int_{\Gamma_1} \|\mathbf{t}(\mathbf{v}) - \zeta\|^2 dx dy \quad (7)$$

Per capire alcuni risultati della teoria del problema inverso è utile ottenere una forma analitica chiusa fra stress e spostamento. Tale relazione viene ricavata considerando alcune modalità di contatto semplificate che consistono nel:

- assumere un sistema di coordinate cilindriche  $(\rho, \theta, z)$ ;
- considerare indenters convessi simmetrici rispetto all'asse  $z$ ;
- trattare il sensore come un semi-spazio elastico, isotropico, omogeneo e semi-infinito.

Il semi-spazio è delimitato dal piano  $z=0$  e l'indenter rigido ha un profilo  $f(\rho)$  tale che  $f(0)=0$ .

Come si vede nella figura 4, se viene applicato un carico normale alla superficie del sensore, si ha un relativo spostamento  $D$  lungo  $z$ . In questo caso la componente di stress tangenziale è ridotta a  $\sigma_{\rho z}$  e lo spostamento  $u(z)$  alla superficie del sensore è una funzione scalare di  $\rho$  che, nel caso in cui l'indenter penetri di un'altezza  $D$ , sarà del tipo  $u_z(\rho, z=0) = f(\rho)$ ,  $\rho \leq a$ .

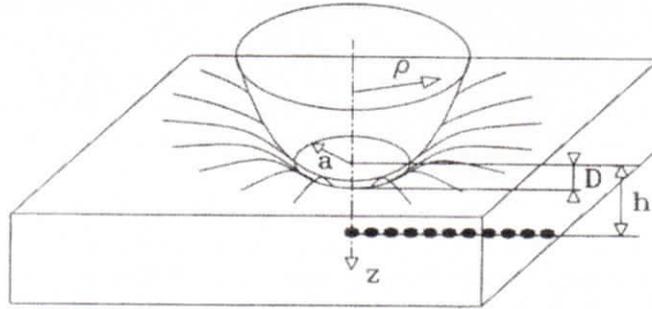


Fig. 4

Il parametro  $a$  è il raggio della sezione massima della porzione massima di indenter che è penetrata nello strato e definisce la regione  $\Gamma_{01}$  in cui si ha deformazione.

Nel piano  $z=0$ , le componenti di stress  $\sigma_{ij}(\rho, z)$  e di spostamento  $u_z(\rho, z)$  sono:

$$\begin{aligned} \sigma_{zz}(\rho, 0) &= 0 & \rho > a \\ \sigma_{\rho z}(\rho, 0) &= 0 & \infty > \rho \geq a \\ u_z(\rho, 0) &= D - f(\rho) & a \geq \rho \geq 0 \end{aligned} \quad (8)$$

e per  $(\rho^2 + z^2) \rightarrow \infty$  si ottengono le seguenti condizioni al contorno:

$$\begin{aligned} u_z(\rho, z) &\rightarrow 0 \\ \sigma_{ij}(\rho, z) &\rightarrow 0 \end{aligned} \quad (9)$$

Partendo dall'equazione di stato e con queste condizioni al contorno si riesce ad ottenere una funzione  $\chi(t)$  che è funzione della derivata prima di  $f(x)$ , cioè della derivata del profilo dell'indenter; tale  $\chi(t)$  è anche il mezzo per mettere in relazione  $f(\cdot)$  e  $\sigma$ , tuttavia la funzione integrale che la determina ha un argomento fortemente non lineare, dovuto al fatto che non si conoscono a priori le condizioni al contorno, ma esse vengono ricavate dalla misurazione di alcune soluzioni.

Una soluzione proposta da Sneddon, che mette in relazione campo di stress e spostamento, è:

$$\sigma_{ij} = T_a u_z(\rho, z=0) \quad (10)$$

ove  $T_a$  è un operatore integrale limitato.

Riassumiamo questo tipo di approccio al modello del sistema come segue:

**Data la misurazione del campo di stress  $\sigma$  relativo a un numero di punti  $\{\rho_i\}$  con  $i = 1, \dots, N$  alla profondità  $h$  nel semispazio  $z > 0$ , si determina la funzione  $f(\rho)$  e il raggio  $a$  della sezione di massima penetrazione.**

Questo modo di condurre lo sviluppo del modello consente in prima istanza di comprendere se il problema possa essere affrontato con un metodo inverso e con quale algoritmo di inversione esso possa essere risolto.

Nel nostro caso il modello di contatto è dato da una equazione integrale non lineare, cioè non è definita in modo formale; tuttavia, esso ha un significato intuitivo.

## V. Inversione regolarizzata delle informazioni sul tatto: un'analisi SVD

La discriminazione della fine-form si riduce alla soluzione dell'equazione non lineare:

$$F(x) = y \quad (11)$$

dove  $x$  è la forma dell'indenter (espressa come spostamento della superficie, più un eventuale raggio di contatto) e  $y$  al misura dello stress, mentre  $F$  è un dato operatore che agisce su funzioni reali.

Abbiamo già detto che l'inversione di  $F$  è un problema malposto: esistenza, unicità, continuità e limitatezza dell'operatore  $F^{-1}$  non può essere garantita.

L'idea alla base del metodo di regolarizzazione è ridurre lo spazio delle soluzioni ammissibili dell'equazione considerando alcune proprietà fisiche della soluzione stessa.

In primo luogo possiamo considerare la seguente funzione di costo modificata:

$$J_\alpha(x) = \| F(x) - y \|^2 + \sum_i \alpha_i \| B_i x \|^2 \quad (12)$$

dove  $B_i$  sono operatori di vincolo che agiscono su  $x$  e le norme sono prese da diversi spazi. Gli scalari  $\alpha_i$  sono parametri di regolarizzazione che giocano il ruolo di moltiplicatori di Lagrange. Se  $x_\alpha$  minimizza la funzione di costo  $J_\alpha$ , può essere dimostrato che quando  $x_\alpha \rightarrow X$ , con  $x$  che appartiene all'insieme delle soluzioni, allora  $\alpha_i \rightarrow 0$ .

Se viene assunto che il modello sia espresso dalla (10), ipotizzando il raggio di contatto  $a$  noto a priori, si può risolvere il problema inverso in maniera lineare e il minimo della funzione di costo espressa da (12) è dato da

$$x = (T_a^* T_a + \sum_i \alpha_i B_i^* B_i)^{-1} T_a^* y \quad (13)$$

dove  $*$  indica l'operatore hermitiano coniugato.

Per risolvere il problema inverso, solo per la classe di indenters lisci, consideriamo il modello di contatto semplificato espresso dalla (10), assumiamo  $a$  conosciuto, e la sua versione discretizzata  $\hat{T}_a \hat{x} = \hat{y}$  e sulla matrice  $\hat{T}_a$  effettuiamo un'analisi Singular Value Decomposition (SVD). Vogliamo dimostrare che i risultati ottenuti in questo caso possono essere ritenuti validi per modalità di contatto più generali.

Utilizzando le proprietà base della decomposizione ai valori singolari, si può scrivere la soluzione di  $\hat{T}_a \hat{x} = \hat{y}$  nella seguente forma:

$$\hat{x} = \sum_{j=1}^N \lambda_j^{-1} \hat{y}^T u_j v_j = \sum_{j=1}^N \frac{k_j}{\lambda_j} v_j \quad (14)$$

dove i  $\lambda_j$  sono i valori singolari di  $\hat{T}_a$  e i vettori  $v_j$  e  $u_j$  appartengono a basi ortonormali distinte e fissate dalla decomposizione.

Poiché i valori singolari di  $\hat{T}_a$  decrescono a zero al crescere di  $N$ , per fare in modo che il problema non diventi malposto si opera scegliendo  $m < N$  valori singolari significativi e limitando ad  $m$  l'indice della sommatoria. Grazie a questa operazione si riesce ad acquisire anche maggiore robustezza al rumore, dal momento che vengono eliminate le  $m-N$  componenti sulle quali esso ha più effetto. Il numero  $m$  di valori singolari significativi viene fissato dal parametro  $\gamma$ , che è espressione della quantità di perturbazione attesa, secondo la condizione:

$$\gamma \ll \lambda_k \quad (15)$$

cioè per  $k=1,2,\dots,m$  il rumore ha poco effetto sui valori singolari, mentre quando  $k=m+1,\dots,N$  la condizione non viene più rispettata ( $\gamma \cong \lambda_k$ ) e la perturbazione diventa significativa.

La matrice  $T_a$  è stata valutata per fissati valori del raggio  $a$  e per ogni matrice così ricavata è stata fatta la decomposizione ai valori singolari. Plottando la sequenza degli autovettori  $v_j$  per  $a$  fissato e per ordine decrescente di  $\lambda_j$  si è notato che i primi autovettori sono assai simili alle prime funzioni cosinusoidali dello sviluppo di Fourier. Tale risultato è indipendente dal raggio e minore è  $a$ , cioè meno l'indenter è penetrato nel sensore, più rapidamente  $\lambda_j$  decrescono a zero.

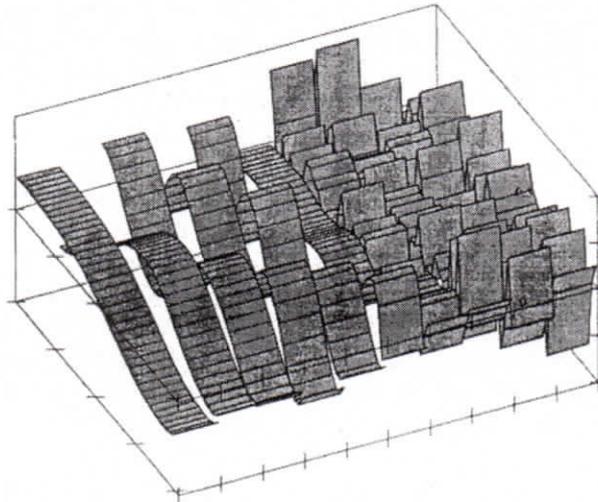


Fig. 5

Inoltre le curve dei valori singolari relative a diversi raggi  $a$  possono essere considerate come la sequenza associata a differenti spaziature dei tactels degli array per un raggio costante e fissato. Se si assume invariante il livello di rumore, riducendo la distanza fra i tactels, ossia incrementando il raggio  $a$ , si migliora la risoluzione. Tuttavia poiché la distanza relativa fra i tactels si assottiglia, anche la sequenza dei valori singolari tende a zero più rapidamente.

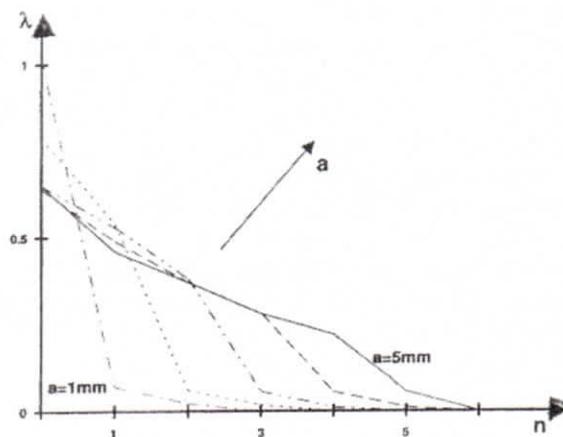


Fig. 6

E' necessario, dunque, riuscire a trovare un compromesso fra miglior risoluzione e maggiore robustezza al rumore.

## VI Conclusioni

Lo studio effettuato è, chiaramente, di natura empirica; è, comunque, possibile trarre le seguenti conclusioni:

- qualunque algoritmo di inversione venga utilizzato, è possibile ottenere solo un'approssimazione spaziale della forma dell'indenter non troppo dettagliata. Tale limitazione è dovuta all'effetto combinato del campionamento spaziale del sensore e alla struttura stessa del problema.
- L'analisi SVD può essere un valido aiuto per la progettazione ottimale del sensore poiché fornisce utili informazioni sul suo dimensionamento in funzione di una maggiore robustezza al rumore.

# Modello matematico di sensori skin-like per l'individuazione di oggetti in scivolamento incipiente

## I. Introduzione

Il monitoraggio dello scivolamento incipiente è di importanza fondamentale per il controllo dell'attrito e della manipolazione in sistemi robotizzati. Per fare questa operazione è stato realizzato un array a sensori tattili sensibile a componenti di stress tangenziali e normali in situazioni di contatto con frizione. Le informazioni recuperate dal sensore costituiscono l'input per una rete neurale opportunamente progettata, che ha il compito di fornire in uscita un coefficiente di scorrimento globale. Tale coefficiente è idealmente uguale a

$$\frac{Q}{\mu P}$$

dove Q e P sono rispettivamente la reazione normale e tangenziale alla superficie del sensore, mentre  $\mu$  è il coefficiente di frizione. Conseguentemente, quando l'output della rete è prossimo ad 1, il contatto è vicino alla condizione di scorrimento. I vantaggi dell'utilizzo di questa tecnica sono.

- Robustezza al rumore di vibrazione;
- Possibilità di facile integrazione con il sistema neurale già sviluppato per la discriminazione della fine-form;
- Alta velocità e adattabilità per il controllo ad anello chiuso delle capacità di afferrare e manipolare correttamente un oggetto di un sistema robotizzato.

## II. Condizioni di scivolamento incipiente

Quando la forza tangenziale applicata nel contatto fra due corpi ha intensità minore della forza di frizione fra di essi, non si ha moto di scorrimento ma si provoca una trazione di frizione all'interfaccia di contatto. Si può dimostrare che su una parte dell'interfaccia di contatto si verifica un piccolo moto relativo, detto "microslip", anche quando ci troviamo nelle condizioni meccaniche precedenti, cioè quando  $Q < \mu P$ . Sulla restante parte dell'interfaccia non si ha moto di scorrimento, ma soltanto deformazione del materiale e in tali regioni le superfici vengono dette aderite o "stick".

L'area in cui si propaga lo scivolamento produce delle micro-vibrazioni, particolarmente intense in vicinanza del verificarsi della condizione di scivolamento.

Nelle zone di aderenza la trazione tangenziale locale non eccede il valore dopo il quale provocherebbe scivolamento e, se si assume valida la legge di Amontons per l'attrito, vale la seguente equazione:

$$|q(x, y)| \leq \mu |p(x, y)| \quad (1)$$

dove  $\mu$  è il coefficiente di attrito e  $q(x, y)$  e  $p(x, y)$  sono rispettivamente le componenti di trazione tangenziale e normale. Deve, inoltre, valere la condizione che i punti appartenenti a tali regioni sono a scivolamento nullo.

Indicando con  $\delta_x$  e  $\delta_y$  lo spostamento rigido di punti lontani dalla regione di contatto e con  $\bar{u}_x$  e  $\bar{u}_y$  lo spostamento elastico di punti che appartengono alla regione di contatto, bisogna che siano soddisfatte le seguenti equazioni:

$$\begin{aligned}\bar{u}_{x1} - \bar{u}_{x2} &= \delta_{x1} - \delta_{x2} \equiv \delta_x \\ \bar{u}_{y1} - \bar{u}_{y2} &= \delta_{y1} - \delta_{y2} \equiv \delta_y\end{aligned}\tag{2}$$

dove gli indici 1 e 2 indicano due situazioni di carico senza scivolamento completo. Nella regione di scivolamento la trazione normale e tangenziale sono correlate dall'equazione:

$$|q(x, y)| = \mu |p(x, y)|\tag{3}$$

Inoltre la direzione di scivolamento deve essere opposta a quella di frizione, per cui deve valere:

$$\frac{q(x, y)}{|q(x, y)|} = -\frac{s(x, y)}{|s(x, y)|}\tag{4}$$

dove  $s(x, y)$  rappresenta lo spostamento lungo l'asse X, relativo all'origine, del generico punto avente coordinate corrispondenti con  $(x, y)$ . Le equazioni (1)-(4) generano le condizioni al contorno che devono essere soddisfatte dalle forze di trazione e di spostamento superficiali; rispettivamente devono valere le (1)-(2) per la regione di aderenza e le (3)-(4) per la regione di scivolamento.

I queste condizioni, il rapporto delle estensioni della zona di aderenza e di scivolamento sull'interfaccia potrebbe essere un buon indice dello stato di incipiente scivolamento, così come il rapporto  $S_i = Q / \mu P$ . Sarebbe, quindi, utile insegnare alla rete neurale a monitorare l'indice di scivolamento direttamente dalla misura del campo di stress nel sensore. Per ottenere questo risultato viene costruito un learning set composto da coppie di stress normali e tangenziali misurate dal sensore: per ogni dato è associato un valore di  $S_i$  ricavato in due differenti modi:

- Nel caso di contatti simulati,  $S_i$  è ottenuto calcolando la risultante delle reazione normale e tangenziale e assumendo che  $Q / \mu P = 1$  in condizioni di incipiente scivolamento.
- Nel caso di dati reali,  $S_i$  è preso misurando l'angolo limite di frizione  $\theta_L = \arctg(\mu)$  fra l'indenter e lo strato di gomma del sensore. Quindi vale:

$$S_i = \frac{Q}{\mu P} = \frac{Q}{\tan(\theta_L) P} = \frac{\tan(\theta)}{\tan(\theta_L)}\tag{5}$$

dove  $\theta$  è l'angolo fra la forza applicata all'indenter e la perpendicolare alla superficie del sensore.

### III. Sensore tattile per il monitoraggio dello scivolamento incipiente

Lo scivolamento incipiente di un oggetto può essere rilevato constatando il progressivo cambiamento della distribuzione spaziale degli stress monitorati dal blocco sensore, dovuto all'incremento della componente tangenziale del carico mentre quella normale si mantiene costante.

Per rilevare uno scivolamento può essere sviluppato un sensore che sia capace di misurare due componenti del campo di stress interno generato dal contatto fra oggetti. Tale sensore può essere costituito da un array di 8 coppie di trasduttori di polimero piezoelettrico: un trasduttore di ogni coppia è sensibile a una combinazione di stress normali, mentre l'altro rileva lo stress tangenziale lungo la direzione dell'array. (Fig. 1)

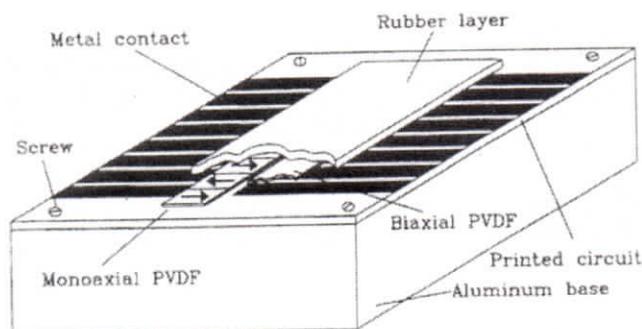


Fig.1

Il sensore è costituito da un multistrato alto 1 cm, con una base di alluminio utilizzata per fissare il sensore alla struttura che lo supporta. Sullo strato di alluminio è fissato un circuito stampato sul quale vengono creati fotolitograficamente i contatti metallici per i trasduttori; su tale circuito vengono incollati con colla cianoacrilica due films di polimero piezoelettrico e viene sovrapposto uno strato di vernice conduttiva per realizzare i contatti. Infine viene spalmato uno strato dello spessore di 1,5 mm di gomma naturale a protezione della struttura.

Per riuscire ad ottenere un buon segnale dal sensore possono essere utilizzati degli espedienti; per esempio, i due strati di polimero piezoelettrico sono realizzati in modo da avere diversa sensibilità alle variazioni di forza e di temperatura del trasduttore. Uno strato, sensibile ad una combinazione di stress normali, è costituito da un film spesso  $28\ \mu\text{m}$  di PVDF. L'altro strato ha uno spessore di  $60\ \mu\text{m}$  ed è ottenuto tagliando fogli di PVDF assiale, perpendicolarmente alla direzione dello stress.

Per ridurre l'influenza ai cambiamenti di temperatura del sensore e delle componenti normali di stress, i due films sono stati tagliati e incollati opportunamente.

### IV. Soluzione numerica del problema diretto

Per ottenere dei dati è stato necessario risolvere il problema diretto in presenza di frizione: lo stress che agisce sui trasduttori dentro il sensore è stato ricavato applicando a un oggetto una forza con componente normale e tangenziale. Devono essere considerate le seguenti osservazioni:

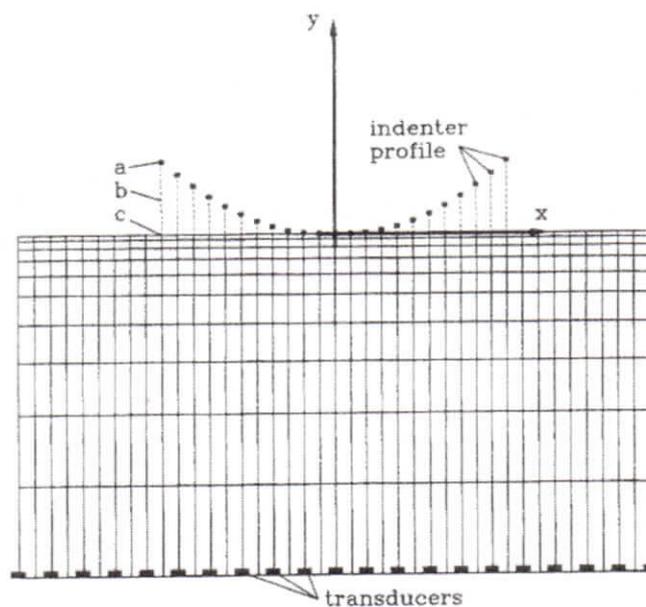
- Il fenomeno della frizione è molto complicato e dipende non solo dal materiale di cui sono costituiti il sensore e l'oggetto in contatto, ma anche dalle condizioni ambientali di misura, dal tipo di superficie e da altri fattori non sempre controllabili.
- Anche se è possibile descrivere il fenomeno della frizione tramite la legge di Newton, il contatto fra due corpi in questa condizione è uno dei problemi più complessi fra i meccanismi di contatto e il problema diretto non ammette una soluzione in forma chiusa.

- Una soluzione generale per differenti forme dell'indenter non può essere trovata, anche se nel problema sono state introdotte approssimazioni e semplificazioni.

Poiché il problema diretto non può essere risolto analiticamente, è stato utilizzato un approccio matematico con il Metodo degli Elementi Finiti (FEM). Il modello è stato suddiviso in due parti: il corpo pressante e il blocco sensore.

Si ipotizza che il modello si estenda indefinitamente lungo l'asse z, per ridurre i calcoli del caso tridimensionale, e che il corpo pressante abbia una rigidità infinita, per cui è possibile individuare l'indenter solo dalle coordinate dei nodi del suo profilo.

Il blocco sensore è stato suddiviso secondo una griglia rettangolare che rappresenta la superficie dello strato di gomma, dove gli elementi sensibili sono idealmente piazzati nei nodi alla base del sensore.(Fig. 2)



**Fig. 2**

Vengono posti dei vincoli nelle tre direzioni spaziali per simulare la base rigida del blocco sensore e non sono presenti elementi non lineari poiché la gomma presente nel sensore viene utilizzata nel suo range di risposta lineare. La rete del blocco sensore viene addensata verso la superficie poiché è in questa zona che ci si aspetta di avere dei gradienti di stress migliori da misurare.

L'interazione fra i due corpi è simulata utilizzando opportuni gap fra i nodi che individuano il profilo dell'indente e la superficie del sensore: al centro, dove si suppone che venga applicato l'indente, il gap non è presente.

Una delle fasi più importanti del progetto di un sensore del genere è l'opportuno dimensionamento della rete: deve essere trovato il numero adeguato di elementi per risolvere correttamente il problema. Un gran numero di elementi addensati in una rete può procurare risultati veramente precisi, ma appesantisce la computazione dei dati: possono, quindi, essere individuati nel tempo e nel peso della computazione due parametri di merito della rete.

Possono essere effettuate due simulazioni per verificare l'osservazione precedente:

- A: simulazione eseguita con la densità massima della rete con una matrice di 123x33 nodi che rappresenta il blocco sensore;

- B: simulazione eseguita sfruttando osservazioni di carattere pratico con una matrice di 41x11 nodi.

Definiamo :

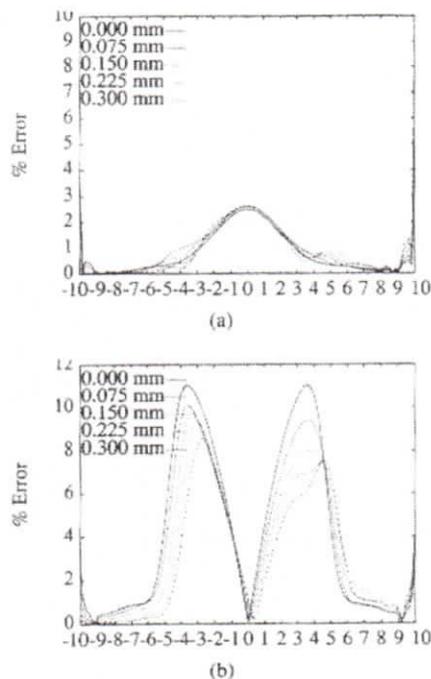
- $A_i$  e  $B_i$  i risultati della simulazione;
- $u_x$  lo spostamento fra indenter e sensore;
- $\sigma_y$  il campo normale di stress;
- $\tau_{xy}$  il campo di stress tangenziale.

L'interpolazione delle curve viene realizzata con una funzione spline del terzo ordine e per stimare l'errore introdotto dalla quantizzazione brutale si utilizzano le seguenti formule:

$$\mathcal{E}_{\sigma_y} = \frac{|\sigma_y^{Bi} - \sigma_y^{Ai}|}{\max |\sigma_y^{Ai}|} \quad (6)$$

$$\mathcal{E}_{\tau_{xy}} = \frac{|\tau_{xy}^{Bi} - \tau_{xy}^{Ai}|}{\max |\tau_{xy}^{Ai}|} \quad (7)$$

E' possibile graficare delle curve di errore per diversi spostamenti tangenziali: se assumiamo che l'indenter sia parabolico con altezza di penetrazione pari a 0,15 mm e che lo spostamento tangenziale venga incrementato lineamento fra 0 mm e 0,3 mm, otteniamo delle curve come quelle riportate in fig. 3.



**Fig. 3**

Dalla tabella 1 si può ricavare che il massimo errore è pari a 11,05%, quindi è abbastanza piccolo da giustificare l'utilizzo di una rete non troppo raffinata per le simulazioni.

TABLE I  
 MAXIMUM PERCENTAGE ERRORS IN  $\sigma_y$  AND  $\tau_{xy}$  FOR DIFFERENT VALUES OF  
 TANGENTIAL DISPLACEMENT OF THE INDENTER. ON THE HORIZONTAL  
 AXIS THE DISTANCE FROM THE SENSOR CENTER IS REPORTED

$u_x$	max % error in $\sigma_y$	max % error in $\tau_{xy}$
0	3.46	11.05
0.075	4.73	10.10
0.15	6.19	9.74
0.225	7.81	9.36
0.3	9.34	8.55

La figura 4 mostra i grafici delle componenti normale (a) e tangenziale (b) dello stress quando la prima si mantiene costante con il contatto dell'indenter e la seconda viene incrementata dalla condizione di scivolamento.

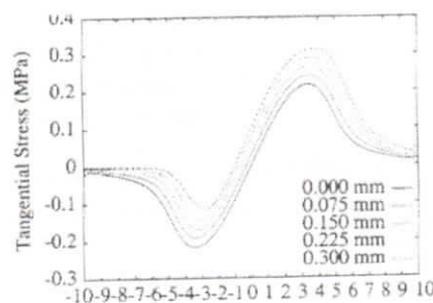
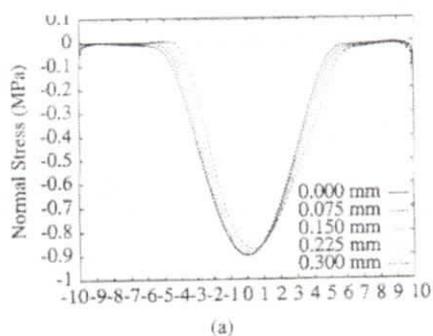


Fig. 4

Si può notare come la forma di  $\tau_{xy}$  cambia con il progressivo incremento del carico tangenziale mentre quella di  $\sigma_y$  presenta cambiamenti non troppo marcati.

## V. Conclusioni

Il più importante risultato di questo modello è rappresentato dalla possibilità di monitorare una condizione di incipiente scivolamento per un oggetto dalla valutazione della componente normale e tangenziale del campo di stress generato dal contatto. L'accuratezza raggiunta nel monitoraggio da questo tipo di approccio è alta, considerati la bassa risoluzione del sensore e l'alto livello di rumore che corrompe i dati raccolti.