

Esercizi Biostatistica

Esercizio 1. Si supponga che la media e la deviazione standard del colesterolo in individui sani tra i 18 e i 25 anni valgano, rispettivamente, 150 e 25. Calcolare la probabilità che i valori rilevati siano compresi tra 149 e 151 considerando la popolazione di riferimento avente distribuzione normale.

Esercizio 2. I pesi degli uomini sono distribuiti secondo una normale di media 70 Kg e deviazione standard 10 Kg e i pesi delle donne sono distribuiti normalmente con media 55 Kg e deviazione standard 5 Kg.

- Calcolare la probabilità che un uomo pesi più di 70 Kg ma meno di 95 Kg.
- Calcolare la probabilità che un uomo pesi più di una donna.
- Calcolare la probabilità che un uomo pesi più di due donne.
- Il peso massimo che un ascensore può portare è 450 Kg, se tale peso viene superato l'ascensore non parte. Sei uomini salgono in ascensore: qual è la probabilità che l'ascensore non parta?

Esercizio 3. Si consideri la seguente funzione

$$p(x) = \begin{cases} \frac{k}{3} & x = 1, 2, 3 \\ k & x = 4 \\ \frac{k}{3} & x = 5, 6, 7 \end{cases}$$

si determini il valore di k affinché $p(x)$ possa essere funzione di probabilità per una variabile aleatoria x .

Esercizio 4. In un recente studio epidemiologico si riporta che l'incidenza di disturbi psichiatrici dei cittadini Europei tra i 18 ed i 65 anni è del 27.4%. Considerando un campione di 300 soggetti Europei compresi in tale fascia d'età, in uno scenario in cui ogni singolo soggetto può esclusivamente risultare sano o con tali disturbi mentali, calcolare la probabilità:

- Che la patologia sia diagnosticata in 4 soggetti.
- Che la patologia sia diagnosticata in più di 5 soggetti.

Infine, calcolare la media e la varianza della variabile aleatoria percentuale di soggetti patologici.

Esercizio 5. Dopo aver definito la distribuzione di Poisson, calcolare la probabilità di avere $K = \{0,1,2\}$ casi patologici in una popolazione di 10.000 abitanti in cui si abbia una incidenza di infezione della malattia di 1 persona su 1000.

Esercizio 6. Si supponga che il numero delle chiamate che arrivano ogni secondo al centralino telefonico di uno studio medico sia una variabile casuale con media 5.

- Determinare la probabilità che in un determinato secondo non arrivi nessuna chiamata.
- Supponendo che il centralino sia in grado di soddisfare non più di 10 chiamate al secondo, calcolare la probabilità di trovarlo occupato.

Esercizio 7. Ai 1000 pazienti ospitati, in un certo periodo di tempo, nel Pronto Soccorso di un ospedale viene chiesto di esprimere un giudizio sul servizio ricevuto, usando una scala da 0 a 4 (0=pessimo, 4= ottimo). Le risposte ottenute sono riassunte nella tabella che segue. Fornire indici di posizione e di variabilità adeguati e una rappresentazione grafica opportuna delle risposte.

Giudizio	0	1	2	3	4
Freq. Assoluta	251	260	80	154	255

Esercizio 8. Una fabbrica produce biosensori che possono avere due tipi di difetti: il difetto A e il difetto B. Il responsabile per la qualità della fabbrica afferma, dall'esperienza passata, che la probabilità che un biosensore abbia almeno uno dei due difetti è pari a 0.3; la probabilità che abbia il difetto A ma non il B è pari a 0.1; la probabilità che abbia contemporaneamente i due difetti è pari a 0.2. Calcolare la probabilità che un biosensore abbia:

- il difetto A;
- il difetto B;
- il difetto A, dato che si è riscontrato che non abbia il difetto B.

Esercizio 9. Una compagnia di assicurazioni sanitarie ritiene che gli assicurati possano essere suddivisi in due classi: a rischio di intervento e non a rischio di intervento. Le loro statistiche mostrano che una persona a rischio avrà un intervento di qualche tipo all'interno di un periodo fissato di un anno con probabilità 0.4, mentre tale probabilità è pari a 0.2 per le persone non a rischio.

- Supponiamo che il 50 % delle persone sia a rischio, qual è la probabilità che un nuovo assicurato abbia un intervento nel primo anno di polizza;
- Supponiamo che un nuovo assicurato abbia un intervento entro un anno dalla prima stipulazione della polizza. Qual è la probabilità che sia a rischio?

Esercizio 10. Compro due cassette con dieci piantine di bocche di leone ciascuna che ancora devono fiorire. Il vivaista mi ha detto che nella prima cassetta ci sono 7 piantine rosse e 3 bianche, mentre nella seconda ci sono 5 piantine rosse e 5 bianche. Prendo una delle due cassette e da questa prendo due piantine. Qual è la probabilità che sboccino bocche di leone tutte rosse?

Esercizio 11. La durata delle gomme per auto segue una distribuzione normale di media 70000 km e deviazione standard 8000 km.

- Qual è la proporzione delle gomme che durano meno di 60000 km?
- La pubblicità dichiara che "il 90% delle nostre gomme durano più di x km." Qual dovrebbe essere il valore di x, affinché la pubblicità sia veritiera?

Esercizio 12. Un'apparecchiatura contiene 2000 componenti ugualmente affidabili, con una probabilità di guastarsi entro un anno, per ognuno di essi, uguale a $p = 0.0005$. Sia E_i questo evento. Se anche un solo componente si guasta, l'apparecchiatura si ferma: valutare la probabilità di quest'ultimo evento, supponendo indipendenti i 2000 eventi E_i .

Esercizio 13. Un dado viene lanciato più volte fino all'arrivo della faccia 1. Sapendo che sono stati già effettuati 3 lanci (senza che la faccia 1 sia uscita), calcolare la probabilità di fare al massimo altri 3 lanci.

Esercizio 14. In seguito ad uno studio interno di un istituto bancario è stato rilevato che i tempi di attesa per le operazioni di sportello si distribuiscono secondo una Normale con media pari a 20 e varianza pari a 9. Qual è la probabilità che il tempo di attesa:

- superi i 25 minuti;
- sia inferiore ai 16 minuti;
- sia compreso tra 18 e 21 minuti.

Esercizio 15. Il parametro biomedico Ω è stato rilevato in 20 soggetti sani. $\Omega = [18, 41, 24, 28, 71, 52, 15, 20, 21, 31, 16, 24, 33, 44, 20, 24, 16, 64, 24, 32]$; Caratterizzare il suddetto campione da un punto di vista statistico e grafico.

Esercizio 16. Dopo aver dato la definizione formale di probabilità, calcolare la probabilità di trovare, tra n donatori di sangue, almeno due donatori con lo stesso gruppo sanguigno (si considerino 8 possibili gruppi sanguigni, tutti equiprobabili).

Esercizio 17. Sia data la funzione $f: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ cx, & 0 < x \leq 1.5 \\ c(3 - x), & 1.5 < x \leq 3 \\ 0 & x > 3 \end{cases}$$

Dove $c \in \mathfrak{R}$ è una costante. Determinare:

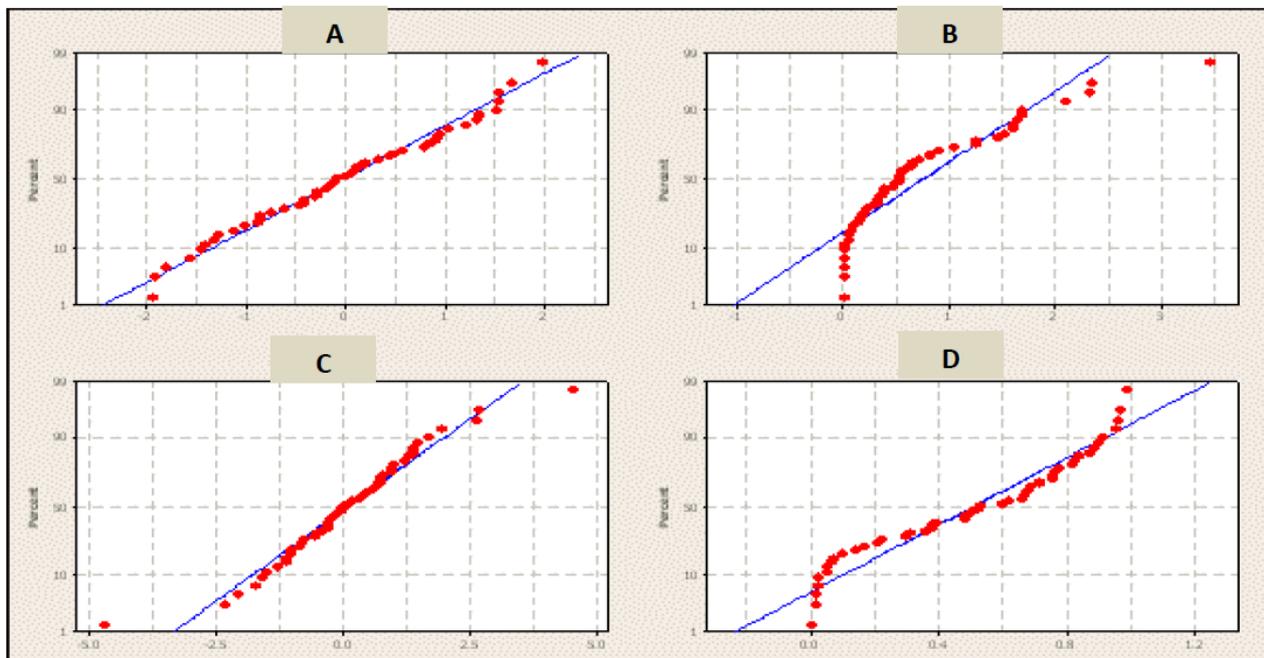
- Per quale valore di c, la funzione $f(x)$ è una funzione densità di probabilità (pdf).

- Supponendo che una variabile aleatoria continua X abbia pdf pari ad $f(x)$, calcolare $E[X]$.
- Calcolare la probabilità che $X > 2$.
- Graficare la funzione distribuzione cumulativa di X .

Esercizio 18. Data una prova che consiste nel lancio di 3 dadi equilibrati, calcolare la probabilità che su uno dei tre dadi sia apparsa la faccia 6 sapendo che il punteggio complessivo è risultato pari a 9.

Esercizio 4 dell'esame del 21/07/2014

La figura seguente mostra il plot Normale-quartile di quattro diversi campioni statistici:



- Commentare i quattro grafici.
 - Ipotizzare un possibile valore (o un intervallo di valori) del livello di significatività del test di Shapiro-Wilk e Kolmogorov-Smirnov quando applicato a questi dati.
- (4 punti)

Esercizio 1 dell'esame del 08/01/2019

Data la seguente realizzazione di variabile aleatoria: C: [5 32 31 36 33 4 35 7 3]

- Si verifichi l'eventuale appartenenza ad una popolazione Gaussiana con un grado di significatività al 5% mediante il test di Kolmogorov-Smirnov;
- Si calcolino indici di statistica descrittiva adeguati alla sua caratterizzazione;
- Si disegnino i grafici di frequenza assoluta, cumulativa e relativa;

d) Si grafichi il boxplot;

e) Si calcoli un momento di ordine superiore;

f) Dato il campione D seguente, si verifichi se il coefficiente di correlazione risulti statisticamente significativo: D: [11 22 15 12 33 18 13 31 12]

(9 punti)