



# **Sensori Fisici**

a.tognetti@centropiaggio.unipi.it

# Misure di velocità ed accelerazione

## *Tecniche a differenziazione ed integrazione*

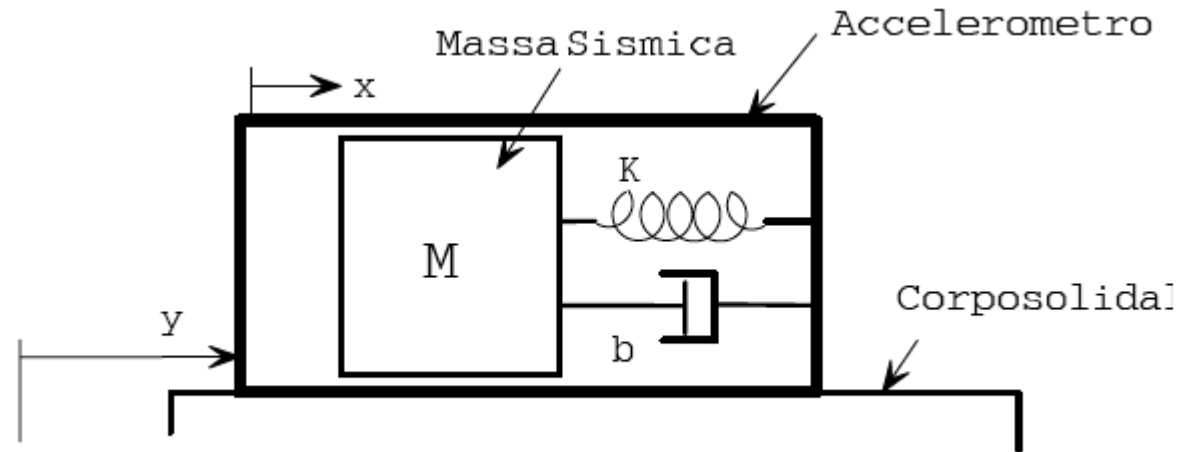
In linea di principio è possibile determinare la velocità e l'accelerazione istantanea differenziando elettronicamente l'uscita dai trasduttori di posizione: la derivata prima produce la velocità e la derivata seconda l'accelerazione. Nella realtà un processo di differenziazione accentua le piccole non linearità, errori di misura e rumori presenti nel segnale di partenza e se ciò può produrre un grado di accuratezza accettabile per la derivata prima, una differenziazione ulteriore comporterebbe errori troppo grandi. Partendo dall'accelerazione, invece, attraverso una tecnica duale di integrazione si può risalire alla velocità ed alla posizione. In questo caso, poiché un integratore elettronico è anche un filtro passa-basso, i disturbi in alta frequenza presenti nel segnale originale vengono attenuati, ma l'uso di tale blocco può risultare critico per i segnali aperiodici dove la presenza di una componente continua porta un'amplificazione dell'uscita fino alla saturazione.

# Sensori inerziali

- Accelerazioni, velocità angolari
  - Indirettamente angoli articolari
- Sfruttano la proprietà dei corpi di mantenere costante la propria velocità se non disturbati da forze esterne
- Sistema vestibolare umano
  - Sensore inerziale “biologico”
    - Sensibile alle accelerazioni lineari e angolari della testa
    - Equilibrio e mantenimento della postura eretta
- Sensori
  - Accelerometri e giroscopi
  - Tecnologia MEMS (Micro Electro-Mechanical Systems)
    - Bassi ingombri, robusti, economici, consumo di potenza limitato
  - Facilmente applicabili ai segmenti corporei di interesse

# Accelerometri

I trasduttori di accelerazione sono basati sulla legge di Newton  $F=Ma$ , in cui conoscendo la massa  $M$  è possibile risalire all'accelerazione misurando la forza  $F$ . Quest'ultima può essere valutata misurando la deformazione di una molla alla quale è collegata la massa attraverso uno strain gage o un sensore piezoelettrico.



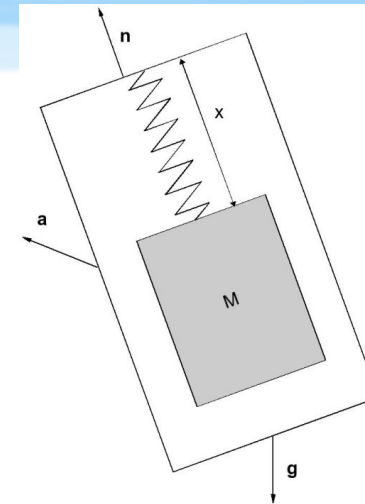
$$M \frac{d^2 x_m}{dt^2} = -b \frac{dx}{dt} - Kx$$

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + Kx = -M \frac{d^2 y}{dt^2}$$

Sistema del secondo ordine: a regime  
La deformazione misurata è  
proporzionale all'accelerazione

# Accelerometri (1)

- Accelerometro monoassiale
  - Massa collegata ad una molla libera di muoversi in una sola direzione
- Principio di funzionamento
  - Equilibrio delle forze
  - Lo spostamento ( $x$ ) è proporzionale alla differenza tra  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{g}$  ed è misurato con un sensore di deformazione



$$K \cdot x = M(\mathbf{a} - \mathbf{g}) \cdot \mathbf{n}$$

$$(\mathbf{a} - \mathbf{g}) \cdot \mathbf{n} = \frac{K \cdot x}{M}$$

$\mathbf{a}$  accelerazione del sistema

$\mathbf{g}$  accelerazione di gravità

$x$  allungamento

# Accelerometri (2)

- Uscita accelerometro in tensione

$$V = k (\mathbf{a} - \mathbf{g}) \cdot \mathbf{n} + V_o = k(a_n - g_n) + V_o$$

{ k sensibilità  
V<sub>0</sub> offset

- Segnale

$$y_i = (\mathbf{a} - \mathbf{g}) \cdot \mathbf{n}_i + b_i + q_i$$

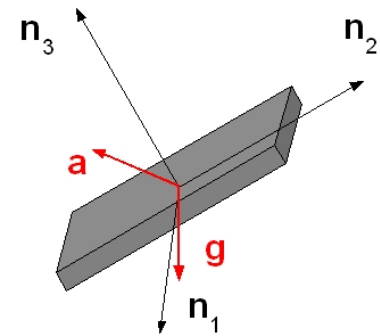
{  $\mathbf{n}_i$  versore asse di sensibilità  
b<sub>i</sub> offset  
q<sub>i</sub> termine di rumore

# Accelerometri (3)

- Accelerometro triassiale
  - Tre accelerometri monoassiali montati perpendicolarmente tra loro

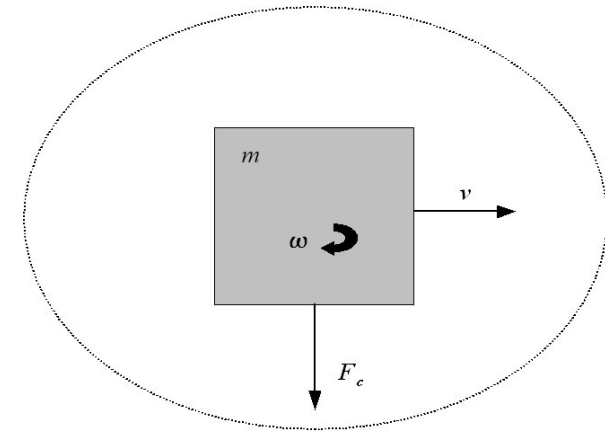
$$\mathbf{y}_k = \begin{bmatrix} y_{1,k} \\ y_{2,k} \\ y_{3,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{a}_k - \mathbf{g}) \cdot \mathbf{n}_{1,k} + b_{1,k} + q_{1,k} \\ (\mathbf{a}_k - \mathbf{g}) \cdot \mathbf{n}_{2,k} + b_{2,k} + q_{2,k} \\ (\mathbf{a}_k - \mathbf{g}) \cdot \mathbf{n}_{3,k} + b_{3,k} + q_{3,k} \end{bmatrix} = {}^{S,k} (\mathbf{a}_k - \mathbf{g}_k) + \mathbf{b}_k + \mathbf{q}_k$$

L'accelerometro triassiale misura la differenza tra accelerazione del sistema e gravità espresse in un sistema di coordinate solidale all'accelerometro



# Giroscopi (1)

- Misurano velocità angolari
- Principio di funzionamento
  - Massa libera di vibrare all'interno del sensore a velocità  $\mathbf{v}$
  - Rotazione ( $\boldsymbol{\omega}$ ): la forza di Coriolis induce una vibrazione secondaria ortogonale al senso di vibrazione originale.
  - Misurando la deformazione dovuta alla vibrazione secondaria si può determinare la velocità angolare.



$$\mathbf{F}_C = -2m(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v})$$



# Giroscopi (2)

- Giroscopio triassiale
  - Realizzato montando tre giroscopi monoassiali perpendicolarmente tra loro

$$\mathbf{y}_k = \begin{bmatrix} y_{1,k} \\ y_{2,k} \\ y_{3,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{1,k} + \mathbf{b}_{1,k} + \mathbf{v}_{1,k} \\ \omega_{2,k} + \mathbf{b}_{2,k} + \mathbf{v}_{2,k} \\ \omega_{3,k} + \mathbf{b}_{3,k} + \mathbf{v}_{3,k} \end{bmatrix} = \boldsymbol{\omega}_k + \mathbf{b}_k + \mathbf{v}_k \begin{cases} \boldsymbol{\omega} \\ \mathbf{b} \text{ offset} \\ \mathbf{v} \text{ termine di rumore} \end{cases}$$

Il giroscopio triassiale misura il vettore velocità angolare espresso nel sistema di coordinate del sensore

# Accelerometri per la misura di inclinazione di segmenti corporei (1)

- Si consideri un accelerometro applicato ad un segmento corporeo
- Condizioni statiche ( $|\mathbf{a}| \ll |\mathbf{g}|$ )
  - L'accelerometro misura il vettore gravità espresso nel sistema di riferimento del sensore.
  - È possibile determinare l'inclinazione del segmento rispetto alla verticale.

# Accelerometri per la misura di inclinazione di segmenti corporei (2)

$${}^{FS}\mathbf{R}_k = [{}^S X_k \quad {}^S Y_k \quad {}^S Z_k]^T$$

- Rotazione dal sistema fisso a quello solidale
- Versori della terna fissa espressi nel sistema solidale
- Inclinazione

$${}^{F,k}\mathbf{g} = {}^{FS}\mathbf{R}_k \cdot {}^{S,k}\mathbf{g} = {}^{FS}\mathbf{R}_k \cdot \begin{bmatrix} -(y_{1,k} - b_{1,k}) \\ -(y_{2,k} - b_{2,k}) \\ -(y_{3,k} - b_{3,k}) \end{bmatrix} = {}^{FS}\mathbf{R}_k \cdot \begin{bmatrix} \bar{y}_{1,k} \\ \bar{y}_{2,k} \\ \bar{y}_{3,k} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{y}_{1,k} \\ \bar{y}_{2,k} \\ \bar{y}_{3,k} \end{bmatrix} = ({}^{FS}\mathbf{R}_k)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g_c \end{bmatrix} = ({}^{FS}\mathbf{R}_k)^T \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g_c \end{bmatrix}$$

${}^S Z_k$  ottenuto in funzione dei valori misurati dal sensore



**APPENDICE**

**SENSORI SENSORI DI  
POSIZIONE**

**NOTA: NON IN PROGRAMMA**

# Trasduttori induttivi

Variazione dell'induttanza di un singolo avvolgimento o la mutua induttanza di due avvolgimenti in seguito ad una variazione della geometria delle bobine o del flusso magnetico concatenato

## *Fenomeni di auto e mutua induzione*

- corrente  $I$
  - campo di induzione magnetica  $B$
  - l'induttore è costituito da  $N$  spire
- $\Phi_k$  flusso concatenato con la spira generica  $k$

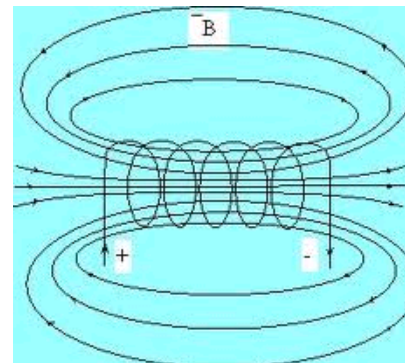
$$\Phi_{\Sigma} = \sum_k \Phi_k$$

In un mezzo a permeabilità costante

$\Phi_{\Sigma}$  è proporzionale alla corrente  $I$

$$\Phi_{\Sigma} = L \cdot I$$

$L$  = coefficiente di autoinduzione o induttanza



Per una bobina avente sezione trasversale  $A$  e lunghezza  $l$  molto più grande della sua dimensione trasversale si definisce riluttanza

$$\mathfrak{R} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \frac{l}{A}$$

$\mu_r$  permeabilità relativa del nucleo magnetico all'interno dell'avvolgimento

$\mu_0$  la permeabilità magnetica nel vuoto

Il legame tra l'induttanza e la riluttanza è data da  $L = \frac{N^2}{\mathfrak{R}}$

Una variazione perciò di  $N$ ,  $\mu_r$

o della geometria ( $l$ ,  $A$ ) può essere sfruttata come principio di trasduzione

Due circuiti si dicono **magneticamente accoppiati** fra loro quando una qualunque parte delle linee di forza del campo di induzione  $B$ , creato dalla corrente di uno di essi, si concatena anche con l'altro. Il circuito percorso dalla corrente si dice inducente e l'altro il circuito indotto.

Contrassegnando con 1 il circuito inducente e con 2 quello indotto e indicando con

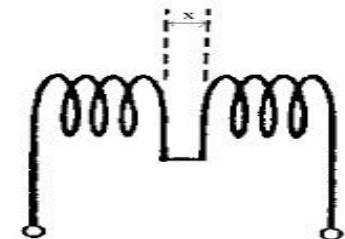
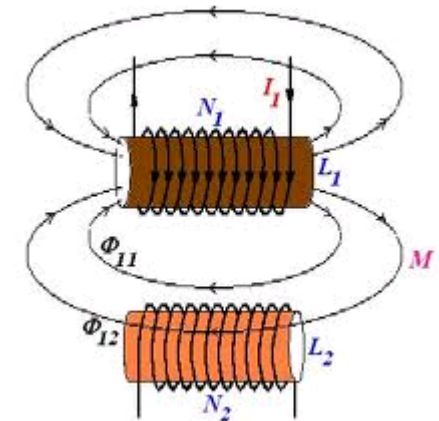
$\Phi_{12k}$  il flusso prodotto dal primo concatenato con la spira  $k$ -esima del secondo, diremo flusso complessivo di mutua induzione dal primo al secondo valendo anche il comportamento duale.

$$\Phi_{12\Sigma} = \sum_k \Phi_{12k}$$

Si definisce  $M$  coefficiente di mutua induzione o mutua induttanza fra i due circuiti il rapporto fra ciascuno dei flussi complessivi di mutua induzione e la corrente che lo produce

$$M = \frac{\Phi_{12\Sigma}}{I_1} = \frac{\Phi_{21\Sigma}}{I_2}$$

La mutua induttanza tra due bobine coassiali è influenzata, tra gli altri fattori geometrici, anche dalla **distanza** delle due bobine. Questo principio può essere sfruttato nella traduzione della posizione. Alimentando un avvolgimento con tensione alternata la tensione indotta sul secondo avvolgimento è correlata alla loro distanza geometrica



## *Applicazioni biomediche*

I trasduttori di posizione che fanno uso del metodo induttivo sono usati in campo biomedico in diverse applicazioni:

- o misurare il cambiamento dimensionale di alcuni organi
- o monitorare la respirazione nei neonati
- o misurare le fluttuazioni del diametro interno delle arterie

Un esempio è l'uso di due bobine con nucleo di ferrite poste ai lati opposti della parete del cuore per misurare i cambiamenti dinamici delle dimensioni del ventricolo sinistro nelle operazioni a torace aperto.

Applicando un segnale alternato ad una delle due bobine e connettendo l'altra ad un amplificatore ad alto guadagno e ad un demodulatore viene generata un'uscita che è proporzionale all'inverso del cubo della distanza di separazione delle bobine. Attraverso opportuni circuiti di condizionamento questa relazione può essere linearizzata e si può risalire in questo modo alla variazione volumetrica del cuore



# *Trasformatore differenziale*

Trasformatore differenziale, LVDT, è il trasduttore induttivo più diffuso. Costituito da 3 avvolgimenti.

Due secondari sono identici, ma avvolti in senso opposto e collocati in posizione simmetrica rispetto al primario.

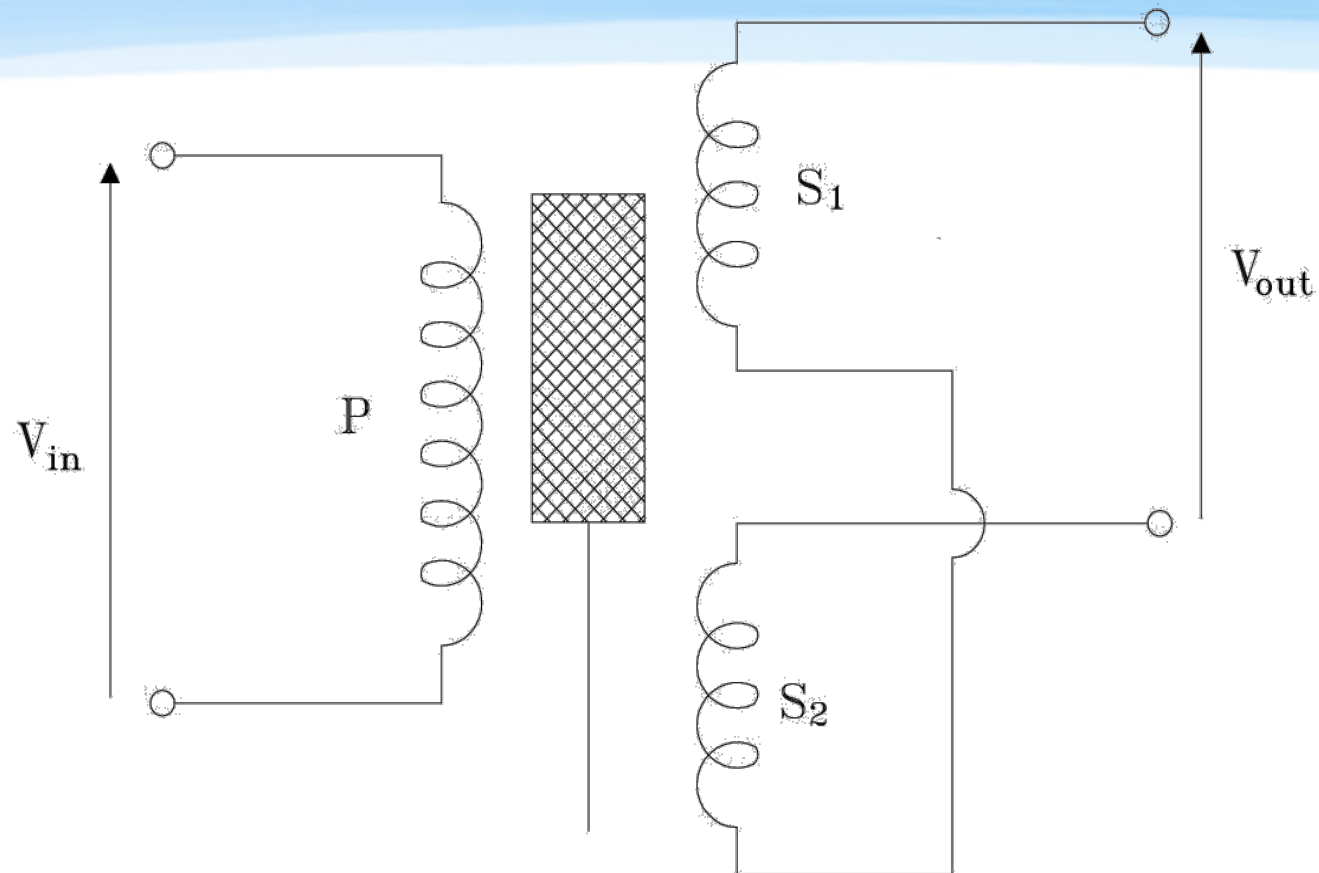
## *Funzionamento*

Il primario è alimentato da una tensione alternata, quando il nucleo ferromagnetico si trova in posizione centrale della struttura, equidistante da ciascun avvolgimento secondario, la tensione indotta su ciascun secondario sarà **la stessa ma di segno opposto**, per cui la tensione di uscita sarà nulla. Non appena il nucleo si sposta dalla posizione centrale la tensione di uscita sarà non nulla e linearmente correlata alla posizione (almeno in un certo intervallo della posizione del nucleo).

## *Vantaggi:*

Il trasformatore differenziale presenta dei vantaggi dovuti all'assenza di contatti striscianti, ad un lungo tempo di vita, ad una legge di tipo lineare e a robustezza meccanica

## *Trasformatore differenziale*



### *Applicazioni biomediche*

Il trasformatore differenziale è usato in in sistemi di trasduzione dello spostamento o indirettamente della forza e della pressione.

Infatti il primo catetere usato per misurare la pressione sanguigna faceva uso di un LVDT per misurare lo spostamento di un diaframma elastico.

# Trasduttori capacitivi

Un condensatore è costituito da due conduttori elettrici (armature) separati da un dielettrico (solido, liquido o gassoso) o dal vuoto. La carica elettrica  $Q$  immagazzinata sui due conduttori è correlata alla loro differenza di potenziale  $V$  attraverso un parametro definito capacità

$$C = \frac{Q}{V}$$

Tale capacità dipende dalle caratteristiche geometriche dei conduttori e dal tipo di dielettrico. Per esempio per un condensatore formato da due armature piane parallele aventi area  $A$ , posti ad una distanza reciproca  $d$  e con dielettrico interposto avente costante dielettrica relativa  $\epsilon_r$ , la capacità è pari a

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d} \quad \text{dove} \quad \epsilon_0 = 8.85 \text{ pF} / \text{m} \quad \text{è la costante dielettrica del vuoto.}$$

Ciascuna delle quantità dell'equazione può subire una variazione per dare luogo ad un trasduttore di posizione:

- variazione di  $d$ ; muovendo un'armatura rispetto all'altra, la capacità varierà in modo inversamente proporzionale rispetto alla distanza  $d$ . La caratteristica capacità-spostamento avrà un andamento iperbolico;
- variazione di  $A$ ; le armature possono muoversi nella direzione laterale, lasciando inalterata la distanza  $d$  ed agendo sull'area  $A$  di interfaccia tra le due armature. La caratteristica capacità-spostamento questa volta sarà lineare.

•variazione di  $\epsilon$  ; una lastra di materiale dielettrico avente costante dielettrica differente rispetto a quella del vuoto, può scivolare all'interno di un condensatore con armature di forma fissa ed interdistanziate sempre della stessa quantità. L'effettiva costante dielettrica del condensatore dipenderà dalla porzione di lastra all'interno delle armature e dalla regione occupata solo dall'aria. Anche in questo caso la caratteristica capacità-spostamento può assumere un andamento lineare.

## *Applicazioni biomediche*

Esistono diverse versioni commerciali di trasduttori di tipo capacitivo per uso biomedico. In particolare vengono utilizzati per:

- misurare piccole variazioni di volume in pletismografia
- registrare i movimenti del cuore e delle pulsazioni vascolari

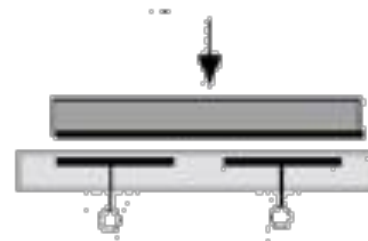
## *Vantaggi*

Il grande vantaggio di questa metodologia è l'assenza di contatto, anche se, per le applicazioni cliniche, particolare cura deve essere riservata all'isolamento del paziente per le ampie tensioni in alternata che spesso sono usate per alimentare i trasduttori

## Sensori capacitivi (1)

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$$

La variazione di capacità può essere indotta dal movimento di una delle armature rispetto all'altra che resta fissa, oppure l'accoppiamento capacitivo tra due armature fisse può essere variato tramite una terza armatura mobile (spesso costituita proprio dall'oggetto di interesse)

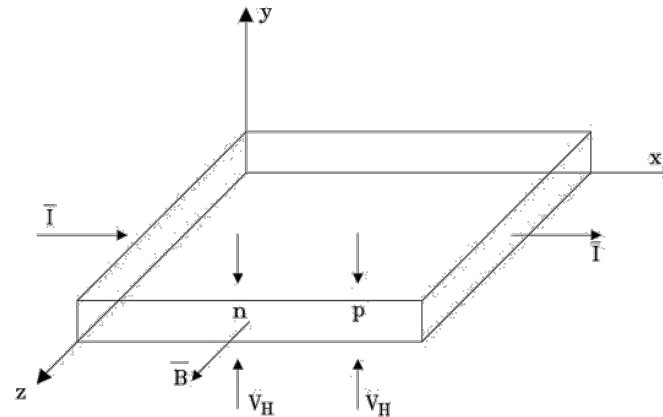


Schema di sensore capacitivo con due elettrodi adiacenti  
**Esempio:** la tavoletta che sostituisce il "mouse" nei PC portatili.

# Trasduttori ad effetto Hall

Se ad un semiconduttore di tipo  $n$  o  $p$ , posto in un campo magnetico  $B$  costante, si applica una forza elettromotrice in modo che la direzione della corrente che circola nel semiconduttore sia perpendicolare al campo magnetico, si avrà un addensamento di cariche positive e negative sulle superfici del semiconduttore in modo tale che si costituirà un campo elettrico,  $E_H$  perpendicolare sia a  $B$  che ad  $I$ . Tale comportamento, scoperto da E. H. Hall nel 1879 nei metalli, va sotto il nome di *effetto Hall* (vedi figura 3.10). La spiegazione di questo fenomeno risiede nel fatto che le cariche elettriche sono sottoposte ad una forza di Lorenz

$$F = qv \wedge B$$



diretta perpendicolarmente sia alla direzione della corrente  $I$  che a quella di  $B$ . Tale forza deflettente magnetica spinge i portatori di carica verso il bordo del materiale producendo un accumulo di portatori sulle superfici originando il campo elettrico  $E_H$ , la cui forza elettrica bilancerà quella del campo magnetico. La tensione di Hall  $V_H$  generata dipende dallo spessore del materiale  $t$ , dalla corrente  $I$ , dal campo magnetico applicato e dalle proprietà elettriche del materiale (densità di carica e mobilità dei portatori).

Queste dipendenze sono descritte dal coefficiente di Hall

$A_H$

$$A_H = \frac{V_H \cdot t}{I \cdot B}$$

$V_H$  tensione misurata

$t$  spessore

$I$  corrente applicata

$B$  campo di induzione magnetica

Possiamo dedurre che le comuni applicazioni per elementi che sfruttano l'effetto Hall sono trasduttori di campi magnetici, di correnti elettriche o anche di grandezze ad esse riconducibili.

## *Applicazioni biomediche*

I sensori di posizione ad effetto di Hall, per le ridotte dimensioni e sensibilità, si prestano molto bene per applicazioni biomediche in cui bisogna

- monitorare il movimento del corpo.

In genere, si associa un magnete permanente all'elemento di cui si vuole misurare la posizione e nelle vicinanze si colloca un elemento di Hall, alimentato a corrente costante. L'avvicinamento e l'allontanamento del magnete rispetto all'elemento di Hall (gli spostamenti relativi devono essere tali da conservare la perpendicolarità tra il campo magnetico e la direzione della corrente), indurranno una variazione sull'intensità del campo magnetico che investe l'elemento di Hall, producendo un cambiamento della tensione che sarà correlata alla posizione. Esistono delle versioni commerciali di guanti sensorizzati che utilizzano questa tecnologia per misurare le variazioni angolari delle articolazioni delle dita.