



# **Sensori Fisici**

Alessandro Tognetti

## **Sensori di temperatura**

# Misure di temperatura

- **Importanza biomedica**
  - Scopi diagnostici e di monitoraggio
  - **Temperatura interna del corpo**
    - La misura con sensori a contatto è il più comune e diffuso metodo di rilevazione.
  - **Temperatura superficiale del corpo**
    - Anche in questo caso la conoscenza della temperatura può rappresentare un importante strumento diagnostico. Viene misurata sia con tecniche a contatto diretto che per via radiativa.
  - **Temperatura sanguigna**
    - La temperatura del sangue è misurata con tecniche di cateterismo intravascolare.
    - Utilizzabile per la valutazione indiretta della portata sanguigna tramite (tecnica della termo-diluizione)

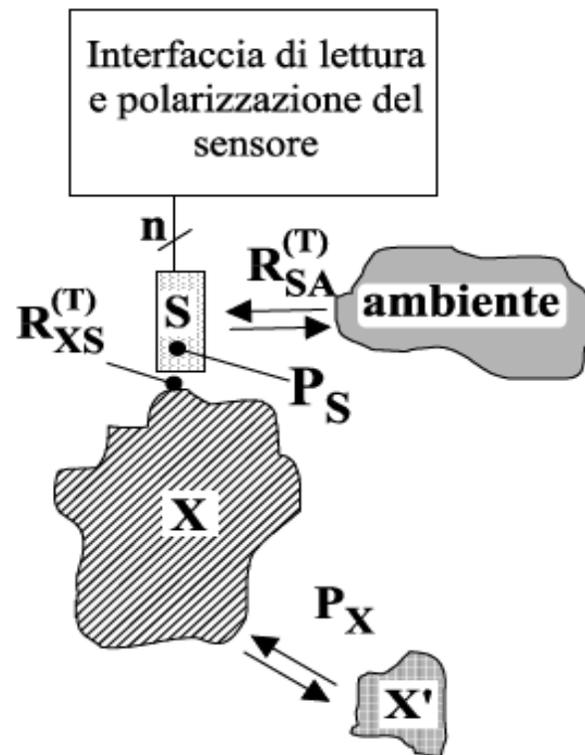
# Misure di temperatura

- **Obiettivo:** misurare la temperatura di un corpo in contatto col sensore
- Tutti i sensori di temperatura, a prescindere dal meccanismo di trasduzione, presentano alcune caratteristiche comuni che influiscono sulle prestazioni del sensore stesso in termini sia di precisione sia di velocità di risposta.
- Queste caratteristiche sono legate al fatto che un sensore di temperatura consta sempre di un elemento sensibile che, per effettuare la misura, deve essere messo in contatto con il corpo (che indicheremo con X) di cui si vuole valutare la temperatura (che indicheremo con  $T_x$ ).

# Misure di temperatura

## ▪ Caratteristiche **ideali**

- Il sensore raggiunge immediatamente la stessa temperatura del corpo in misura
- La temperatura del corpo non viene modificata dal contatto con il sensore



**Obiettivo**

$$T_s \approx T_x$$

**Errore misura**

$$e = (T_s - T_x)$$

- Con X' si rappresenta il possibile scambio di calore del corpo X, in genere non isolato, con sistemi fisici in grado di produrre o assorbire calore

# Misure di temperatura

## ▪ Caratteristiche reali

- **Il sensore ha una capacità termica  $C_s$  non nulla.** Questo comporta che il sensore raggiunge l'equilibrio termico con X deve assorbire o cedere calore ad X, tendendo a modificare la temperatura  $T_x$ .
- **La resistenza termica tra sensore e corpo (  $R_{XS}^T$  ) non è zero:** questo implica che ci sarà sempre una differenza di temperatura tra sensore e corpo X dovuta al calore che scorre tra corpo e sensore e che l'equilibrio termico avverrà dopo un certo tempo
- **La resistenza termica tra il sensore e l'ambiente (  $R_{XA}^T$  ) non è infinita;** ciò ha come conseguenza che attraverso il sensore passa calore dall'ambiente al corpo X, e questo ne modifica ancora la temperatura. Inoltre questo flusso di calore passa attraverso la (  $R_{XS}^T$  ) causando un salto di temperatura tra il sensore ed X, introducendo quindi un errore nella misura
- **Il funzionamento del sensore stesso può implicare uno sviluppo di calore** che si riverserà in X producendo una differenza di temperatura tra il sensore e il corpo stesso. Essendo generalmente:

$$R_{XS}^T \ll R_{SA}^T$$

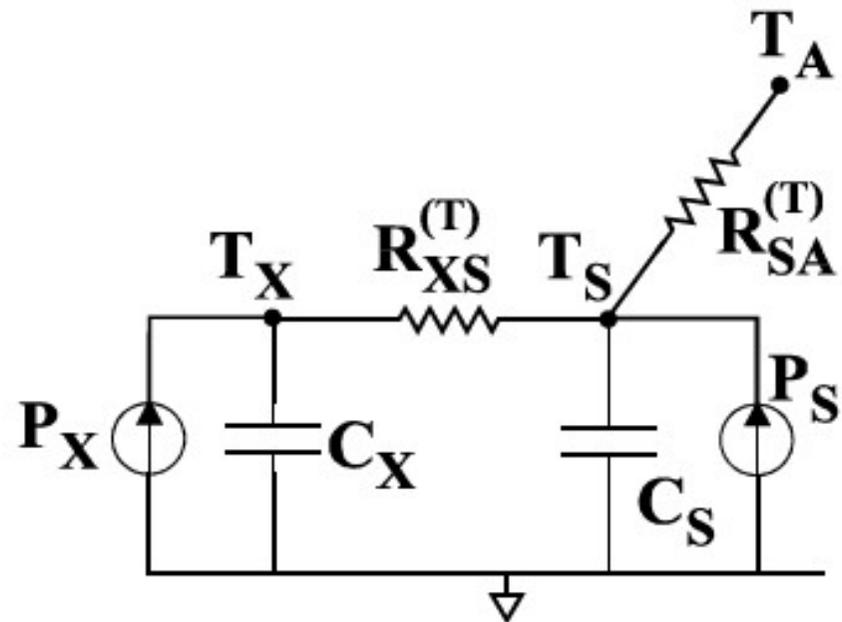
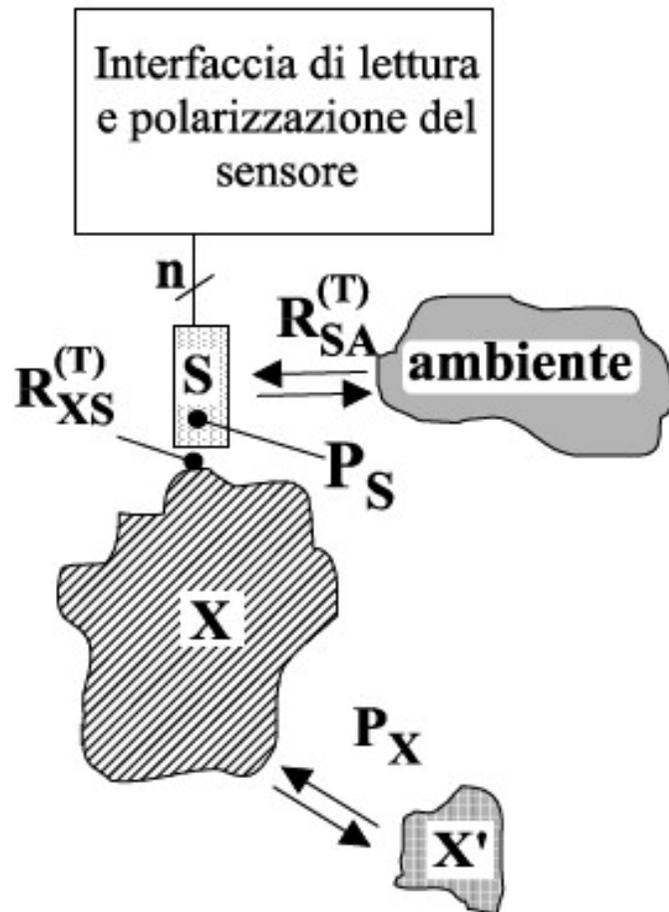
# Analogia elettro-termica

- Il flusso di calore  $\mathbf{P}$  (Watt) può essere rappresentato da un generatore di corrente elettrica
- Le temperature  $\mathbf{T}$  nei vari punti hanno un equivalente nella tensione elettrica (Celsius °C o Kelvin K)
- La resistenza termica  $\mathbf{R}^T$  (°C/W) è equivalente alla resistenza elettrica
- La capacità  $\mathbf{C}^T$  termica può essere rappresentata da una capacità elettrica (J/°C)
- Si può quindi ricavare un'equazione formalmente uguale alla legge di Ohm

$$\begin{array}{ccc} \Delta T = R^T P & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \Delta V = R I & & \end{array}$$

# Misure di temperatura

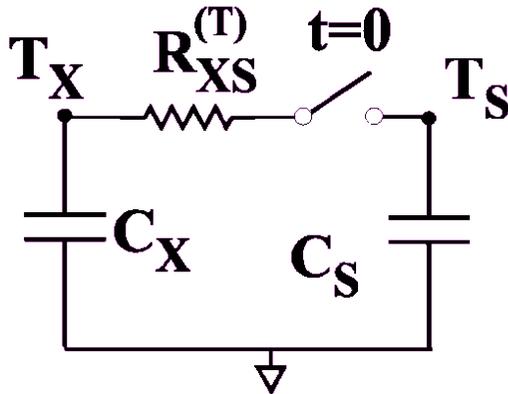
Equivalente elettrico del sistema di misura e delle sue grandezze di influenza



# Misure di temperatura

Per comprendere il ruolo dei vari elementi dello schema circuitale precedente, si fa riferimento ad alcuni schemi semplificati.

**Caso 1:** Mettiamo in evidenza il ruolo delle capacità termiche, consideriamo isolati sia il sensore che il corpo  $X$ , giungendo allo schema di figura (a).



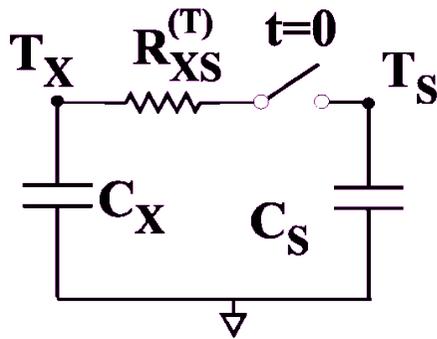
Obiettivo

$$T_S(\infty) = T_X(0)$$

Vogliamo che la  $T_S$  del sensore a regime sia uguale a quella del corpo prima del contatto col sensore (il sensore non deve modificare la  $T_X$  del corpo)

# Misure di temperatura

La chiusura del tasto T simboleggia l'istante in cui X e S vengono messi a contatto per effettuare la misura. La risoluzione del circuito dà come risultato, per la temperatura  $T_s$ :



**NB: solo se  $C_X \gg C_S$   
 $T_f$  approssima  $T_X(0)$**

$$T_s = T_s(0) + (T_f - T_s(0))(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$T_s = T_f + (T_s(0) - T_f)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$T_f = \frac{C_S T_s(0) + C_X T_X(0)}{C_X + C_S}$$

$$\tau = R_{XS}^T C_{serie}$$

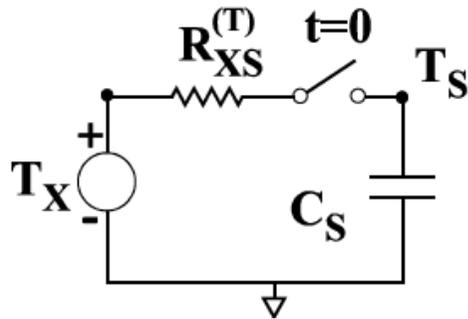
$$C_{serie} = \left( \frac{1}{C_S} + \frac{1}{C_X} \right)^{-1}$$

# Misure di temperatura

- Risposta esponenziale (sistema primo ordine)
- Equilibrio:  $T_x$  e  $T_s$  sono uguali e pari al valore  $T_f$ , ma sono diversi dalla quantità che volevamo misurare  $T_x(0)$
- Errore:  $T_f - T_x(0)$ 
  - diminuisce al diminuire di  $C_s$
  - Se il sensore ha capacità termica trascurabile rispetto al corpo  $T_f$  approssima  $T_x(0)$
  - Per basse capacità termiche del sensore diminuisce il tempo di risposta.
- Per ottenere una bassa capacità termica del sensore
  - **Miniaturizzazione del sensore**

# Misure di temperatura

**Caso 2:** Tx imposta da meccanismi esterni, non perturbabile dal sensore. Sensore isolato che non produce calore



$$T_s = T_f + (T_s(0) - T_f) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$T_f = T_X(0)$$

$$\tau = R_{XS}^T C_S$$

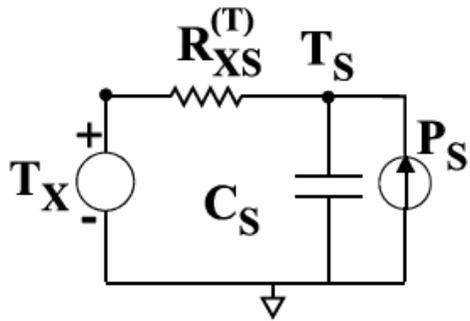
Errore a regime nullo  
Velocità risposta  
determinata da Cs

Comportamento da  
filtro passa basso  
rispetto alle variazioni  
di Tx

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_{XS}^T C_S}$$

# Misure di temperatura

**Caso 3:**  $T_x$  imposta da meccanismi esterni. Il sensore produce calore (auto-riscaldamento)



$$T_s = T_f + (T_s(0) - T_f) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$T_f = T_x(0) + R_{XS}^T P_s$$

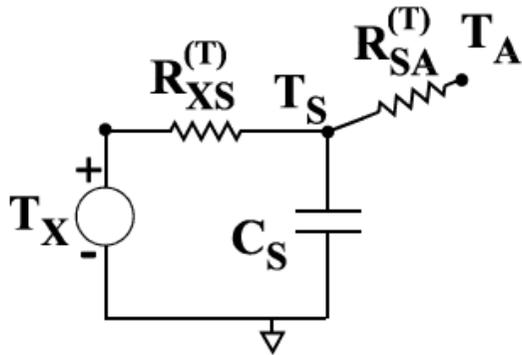
$$\tau = R_{XS}^T C_S$$

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_{XS}^T C_S}$$

Errore a regime non nullo  
Minimizzazione resistenza termica

# Misure di temperatura

**Caso 4:**  $T_x$  imposta da meccanismi esterni. Il sensore non produce calore ma non è isolato dall'ambiente (cause: segnale prelevato attraverso conduttori elettrici che sono ottimi conduttori di calore)



$$T_f = T_X + (T_A - T_X) \left( 1 + \frac{R_{SA}^T}{R_{XS}^T} \right)^{-1}$$

Errore a regime non nullo

Minimizzazione resistenza termica tra sensore e corpo,  
massimizzazione resistenza termica tra sensore ed ambiente

# Misure di temperatura

I casi esposti hanno permesso di evidenziare che sarebbe opportuno avere piccoli valori di  $C_s$ ,  $R_{XS}^T$  e alti valori di  $R_{XA}^T$ .

- $C_s$  si opera miniaturizzando il sensore, quindi scelta opportuna del sensore
- $R_{XS}^T$  dipende dal contatto termico tra sensore e corpo
  - massimizzare l'area di contatto
- $R_{SA}^T$  isolare il più possibile il sensore verso l'esterno tramite materiali a ridotta conducibilità termica

# Sensori resistivi

- Sensore resistivo: La resistenza elettrica varia in funzione del misurando
- L'effetto misurando (temperatura, deformazione) può far variare nel conduttore le seguenti grandezze:
  - Proprietà fisiche
  - Dimensioni geometriche
- Esempi: termo-resistenze, estensimetri (strain gauges)

# Trasduttori termoresistivi

- I trasduttori termoresistivi sfruttano la proprietà di alcuni metalli e semiconduttori di cambiare la loro resistenza con la temperatura. Tale dipendenza è descritta da opportune equazioni che introducono un coefficiente termico della resistenza caratteristico del tipo di metallo o semiconduttore utilizzato

$$TCR(T) = \frac{1}{R(T)} \frac{dR}{dT}(T)$$

- Materiali: metalli, miscele di ossidi metallici compressi (sinterizzati), cristalli di semiconduttori drogati
- Il TCR dipende dalla **temperatura**, dalle caratteristiche del materiale utilizzato e non dalla geometria del resistore

$$R(T) = R(T_0) (1 + \alpha(T - T_0) + \alpha_1(T - T_0)^2 + \dots)$$

$$R(T) \approx R(T_0) (1 + \alpha(T - T_0)) = R(T_0) (1 + TCR(T_0)(T - T_0)) \quad \text{Linearizzazione}$$


$$TCR(T_0) = \frac{1}{R(T_0)} \frac{dR}{dT}(T_0) = \alpha$$

# Trasduttori termoresistivi

I sensori resistivi di temperatura più comuni sono:

- Sensori a filo o film metallico
  - RTD: resistive temperature detectors
  - Costituiti da un filo o film metallico la cui resistenza ha variazioni lineari con la temperatura
- Termistori
  - Termistor  $\rightarrow$  *temperature e resistor*
    - trasduttore elettrico che sfrutta le proprietà dei semiconduttori

## Sensori di temperatura resistivi RTD

- Si tratta di un trasduttore elettrico che sfrutta la proprietà dei metalli di variare la conducibilità elettrica con la temperatura.
- I termoresistori o RTD (Resistance Temperature Detectors) usano in genere come materiale il platino, proprio per le sue caratteristiche di lunga durata, stabilità e riproducibilità.
- In generale la resistenza di un metallo è una funzione complessa della temperatura anche se per la maggior parte di essi lo sviluppo in serie di Taylor produce buoni risultati.

$$R = R_0 \left( 1 + \alpha_1 \Delta T + \alpha_2 \Delta T^2 + \dots + \alpha_n \Delta T^n \right)$$

$$R_0 = R(T = 0^\circ C)$$

$$\Delta T = (T - T_0) = (T - 0^\circ C) = T$$

# Trasduttori termoresistivi

**PT100:** sensore al platino, lineare, che presenta resistenza di 100 Ohm per T=0°C

- Sensori a filo o film metallico
  - RTD: resistive temperature detectors
  - Costituiti da un filo o film metallico la cui resistenza ha variazioni lineari con la temperatura
    - Platino:  $TCR = 3.85 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ 
      - Elevata stabilità chimica, stabilità temporale della risposta
      - Costi relativamente alti
    - Altri materiali: nickel, ferro-nickel

$$R = R_0(1 + \alpha \Delta T)$$

$$TCR = \alpha = \frac{1}{R_0} \frac{dR}{dT} (T_0)$$

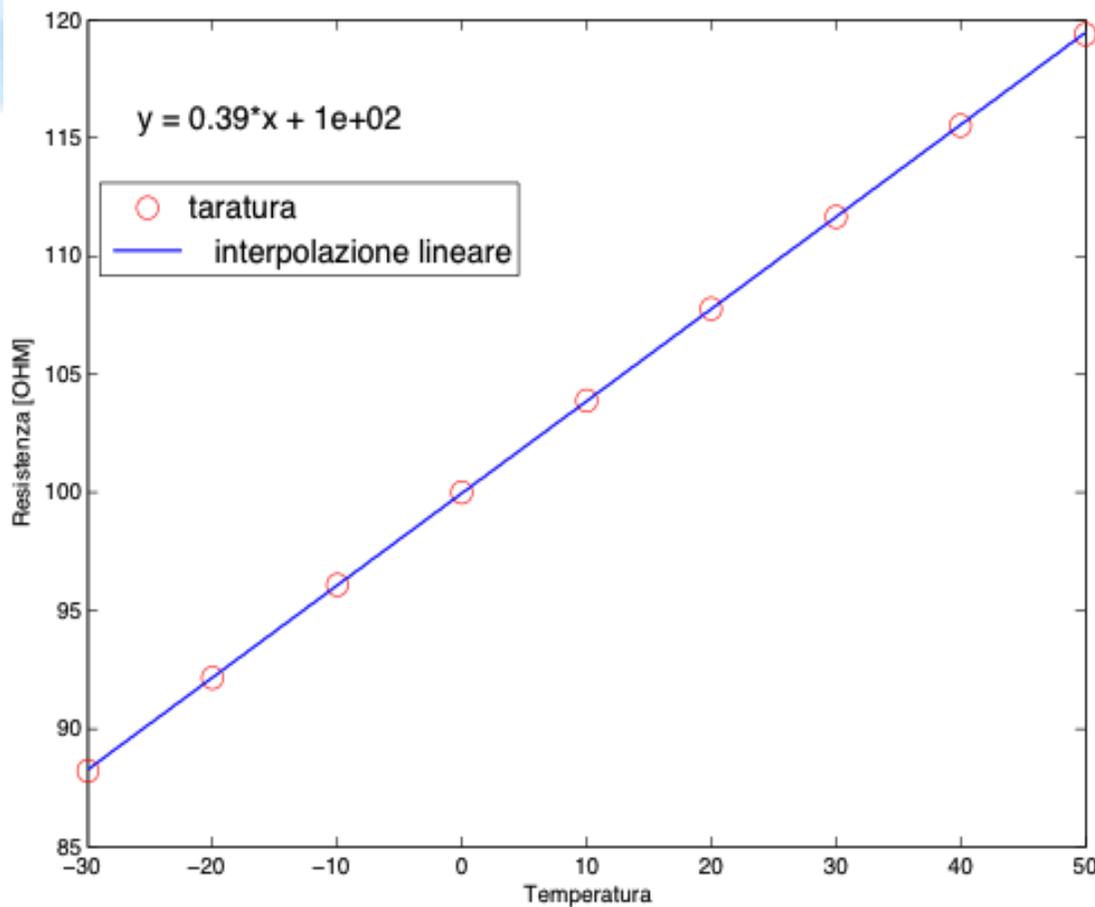
T (°C)	R (Ω)	T (°C)	R (Ω)	T (°C)	R (Ω)	T (°C)	R (Ω)
-200	18.56	-30	88.22	60	123.24	350	229.72
-150	39.73	-20	92.16	70	127.07	400	247.11
-100	60.27	-10	96.09	80	130.89	450	264.20
-90	64.31	0	100.00	90	134.70	500	281.01
-80	68.33	10	103.90	100	138.50	550	297.53
-70	72.34	20	107.79	150	157.32	600	313.77
-60	76.33	30	111.67	200	175.85	650	329.7
-50	80.31	40	115.54	250	194.09	700	345.5
-40	84.28	50	119.40	300	212.05	750	360.8

Se occorrono precisioni maggiori  
 Passo ad approssimazioni  
 di ordine superiore

## PT100

$$R(T = 0^\circ\text{C}) = R_0 = 100\Omega$$

# Sensori termoresistivi RTD



Approssimazione lineare della funzione di conversione

Indiretta (gradi->ohm)

$$Y = s X + R(0)$$

$S = 0.39 \text{ Ohm/C}$  **Sensibilità**

$R(0) = 100 \text{ Ohm}$  **offset**  
(uscita con misurando nullo)

**Funzione di taratura**  
(ohm-> gradi)

$$X = c ( Y - R(0) )$$

$c = 1/s = 2.56 \text{ C/Ohm}$   
**Costante di taratura**

*Calcolo TCR(0°C) = 1 / R(0) \* dR/dT (0°C) = c / R(0) = 0.39 / 100 = 3.9 \* 10^-3*

$$TCR(0^\circ C) = \frac{1}{R_0} \frac{dR}{dT}(0^\circ C) = \frac{1}{R_0} s = \frac{0.39 \Omega^\circ C^{-1}}{100 \Omega} = 3.9 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ C^{-1}$$

## Sensori termoresistivi RTD

**Precisione:** Fornita, diversamente a quanto abbiamo sempre visto , come tolleranza sul valore della resistenza a 0°C (+-0.1 Ohm), ottengo una incertezza di taratura di +-0.26C

$$\Delta R(0^{\circ}C) = \pm 0.1\Omega$$

$$\epsilon_T = \frac{\Delta R(0^{\circ}C)}{s} = \frac{0.1\Omega}{0.39\Omega^{\circ}C^{-1}} = 0.26^{\circ}C$$

# Trasduttori termoresistivi

## ▪ Termistori

- Si tratta di un trasduttore elettrico che sfrutta le proprietà dei semiconduttori di variare la conducibilità elettrica con la temperatura.
  - Resistori ad ossidi metallici la cui resistenza varia fortemente con la temperatura
- I termistori (Thermal Resistor) possono avere coefficienti di temperatura (TCR) negativi (termistori NTC ) o positivi (termistori PTC )
- Possono essere divisi in due grandi categorie:
  - NTC
    - TCR negativo
    - Sono i più usati
    - Fortemente non lineari
  - PTC
    - TCR positivo
    - Usati principalmente nei circuiti di termoregolazione

# Termistori

$$R = R(T_0) \exp \left[ B \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right]$$

$R(T_0)$ : [1 kOhm - 1MOh]

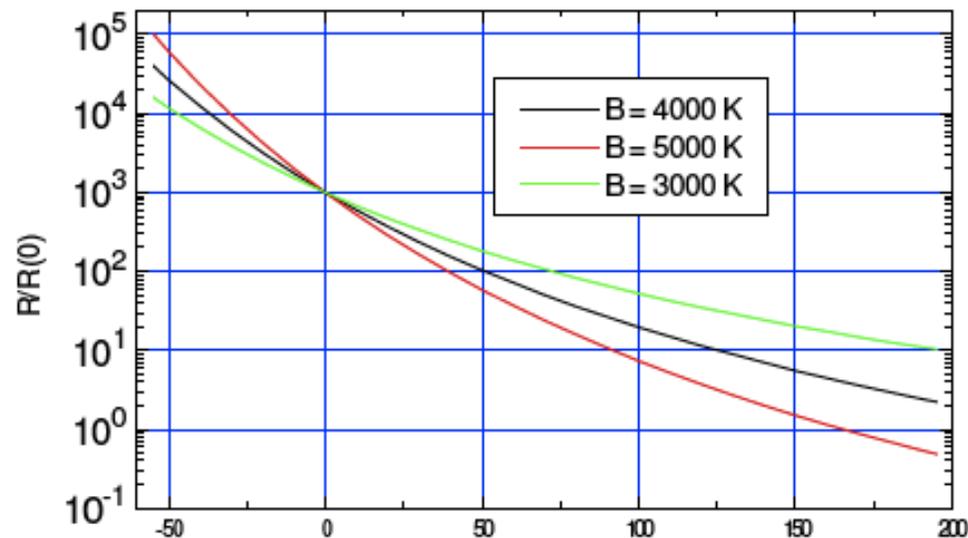
T: Espressa in Kelvin

$T_0$ : T di riferimento

$$TCR = - \frac{B}{T^2}$$

B: Temperatura caratteristica [1500-6000 K]

$$s(T) = \frac{dR}{dT}(T) = -R(T_0) \frac{B}{T^2} e^{\left( B \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right)} = -\frac{B}{T^2} R(T)$$



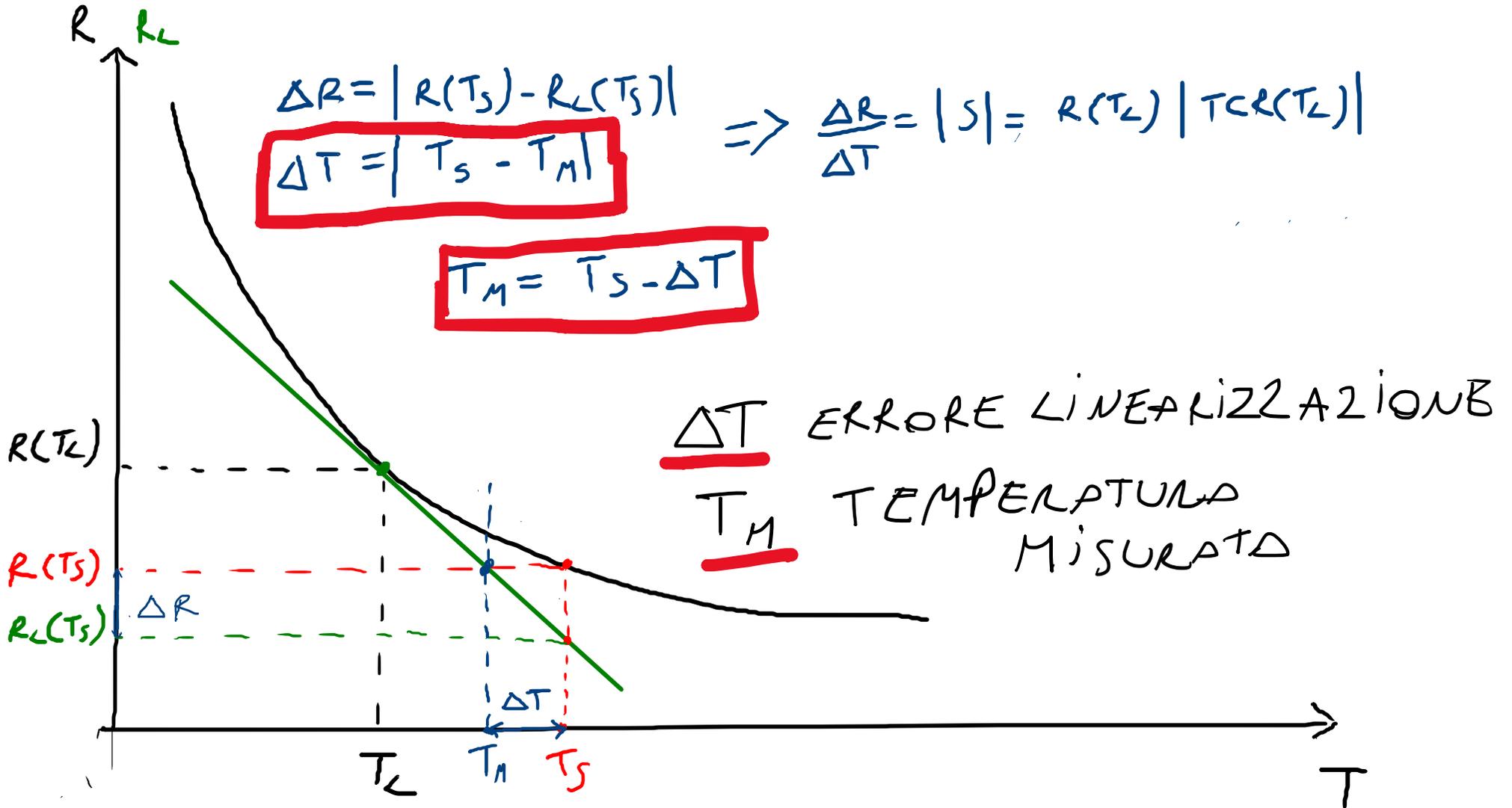
# Linearizzazione termistore

- Relazione Resistenza/Temperatura fortemente non lineare
  - può risultare utile linearizzare la relazione resistenza/temperatura
- Parametri
  - Si consideri un termistore  $R(T_0)$ ,  $\beta$ ,  $T_0$
- E' possibile linearizzare la caratteristica del termistore intorno ad un generico punto di lavoro  $T_l$ : l'errore dovuto alla linearizzazione sarà tanto più alto quanto ci allontaniamo da  $T_l$ 
  - E' importante saper quantificare **l'errore di linearizzazione**, ovvero determinare l'errore che si compie nella stima di una determinata temperatura per effetto dell'utilizzo dell'approssimazione lineare rispetto all'utilizzo della caratteristica reale

$$R_l(T) = R(T_l) (1 + TCR(T_l) (T - T_l))$$

$$R(T_l) = R(T_0) e^{B \left( \frac{1}{T_l} - \frac{1}{T_0} \right)} \quad TCR(T_l) = -\frac{B}{T_l^2}$$

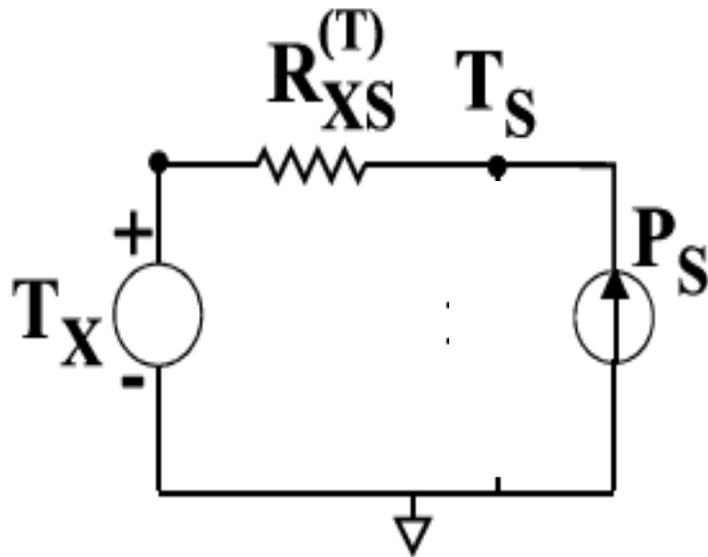
# Errore di linearizzazione



# Autoriscaldamento

- Parametri

- Si consideri un termistore  $R(T_0)$ ,  $\beta$ ,  $T_0$
- Si consideri un corpo a temperatura  $T_x$  con capacità termica infinita
- Si consideri il sensore alimentato con una certa corrente  $I$



Equivalente termico a **regime**

$$T_s = T_x + R_{XS}^T \cdot P_s = T_x + R_{XS}^T \cdot R(T_s) \cdot I^2$$

Errore di **auto-riscaldamento**

$$\Delta T = T_s - T_x = R_{XS}^T \cdot R(T_s) \cdot I^2$$

# Autoriscaldamento

- L'errore di auto-riscaldamento ( $\Delta T$ ) dipende da  $T_s$  in modo non lineare (tramite  $R(T_s)$ )
- Per semplificare la valutazione linearizziamo il termistore attorno alla temperatura del corpo  $T_x$

$$R_2(T_s) = R(T_x) \left( 1 + TCR(T_x)(T - T_x) \right)$$

$$TCR(T_x) = - \frac{B}{T_x^2}$$

# Autoriscaldamento e Linearizzazione termistore

- Determiniamo l'errore di auto-riscaldamento con la relazione linearizzata

$$\text{AUTORISC.} \rightarrow \Delta T = T_S - T_X = R_{XS}^T R(T_S) I^2 > 0$$

$$\Delta T \cong R_{XS}^T R(T_S) I^2 = R_{XS}^T R(T_X) (1 + \overbrace{\text{TCR}(T_X) (\Delta T)}^{\Delta T}) I^2$$

$$\Delta T = \frac{R_{XS}^T R(T_X) I^2}{1 - \text{TCR}(T_X) R_{XS}^T R(T_X) I^2} \rightarrow \begin{array}{l} \text{ERRORE} \\ \text{AUTORISCALDAMENTO} \end{array}$$

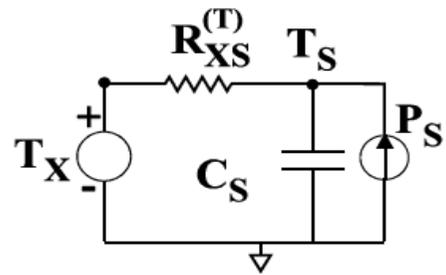
## Autoriscaldamento e Linearizzazione termistore (4)

### Esempio

- $T_0=20\text{C}$  (293K),  $R(T_0)=500\text{ Ohm}$ ,  $B = 4000\text{ K}$ ,  $R_{T_{XS}}=80\text{ K/W}$ ,  $T_x=36.5\text{ C}$  (309.5 K),  $I=7\text{mA}$
- Otteniamo:  $\Delta T=0.916\text{C}$  ovvero  $T_s=T_x+\Delta T=37.416$
- Se  $\Delta T$  è accettabile per la nostra applicazione (e.g.  $\Delta T<0.1\text{ C}$ ) il sensore è utilizzabile per misurare la temperatura di interesse
- Attenzione valutare l'errore di linearizzazione, se  $\Delta T$  fosse troppo elevata l'approssimazione lineare potrebbe essere non più valida

# Fenomeno dell'auto-riscaldamento

Per effettuare la misura della variazione di Resistenza, legata alla variazione di temperatura che vogliamo misurare, i sensori resistivi devono essere alimentati da una corrente  $I_0$



$$T_f = T_X(0) + R_{XS}^T P_s$$

Per ridurre il fenomeno dell'auto-riscaldamento conviene utilizzare basse correnti. Tuttavia ridurre la corrente significa ridurre la sensibilità del sensore.

Riducendo la corrente, la variazione di uscita dovuta alla temperatura verrebbe a confondersi con quella indotta dalle grandezze di influenza e dal rumore.

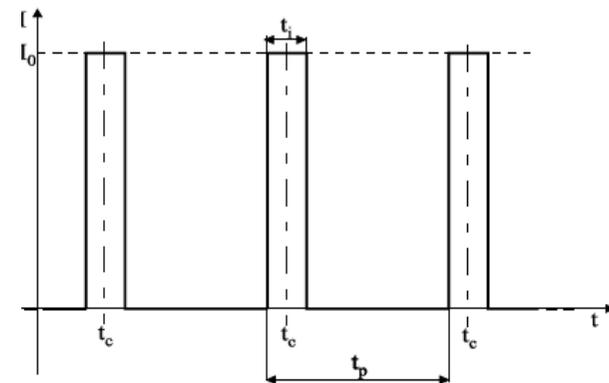
Alternativa: polarizzare il sensore con una corrente grande ma impulsata di frequenza superiore alla frequenza di taglio termica.

# Fenomeno dell'auto-riscaldamento

- Sensori resistivi sono soggetti ad auto-riscaldamento in quanto attraversati dalla corrente  $I_0$  di polarizzazione
- Una riduzione della corrente riduce l'auto-riscaldamento, ma riduce anche la sensibilità del sistema
  - Effetto della variazione dovuta alla temperatura paragonabile col rumore

$$T = T_x + P_s R_{XS}^{(T)} \quad \text{con:} \quad P_s = I_0^2 R_T(T) \quad T = T_x + I_0^2 R_T(T) R_{XS}^{(T)}$$

- Alternativa: polarizzazione con corrente impulsata con frequenza maggiore della frequenza di taglio del sistema e lettura dell'uscita in corrispondenza dell'impulso di corrente
  - **Intuitivamente: il sensore non fa in tempo a riscaldarsi!**

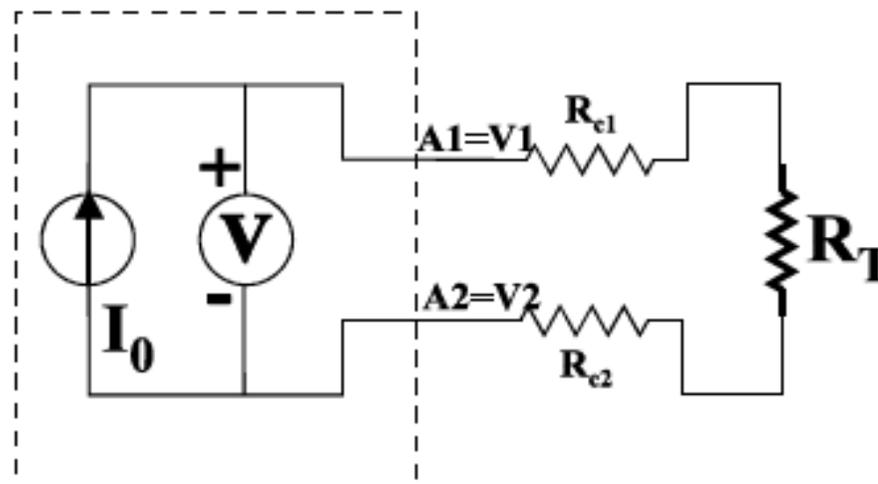


## Circuiti di misura

I problemi relativi all'interfacciamento di un sensore resistivo sono quelli tipici di una misura di resistenza. Lo scopo viene raggiunto polarizzando il sensore con una corrente costante e leggendo la tensione ai suoi capi. In più si vuole portare il segnale acquisito ad essere proporzionale alla temperatura nella scala prescelta.

- 2 fili

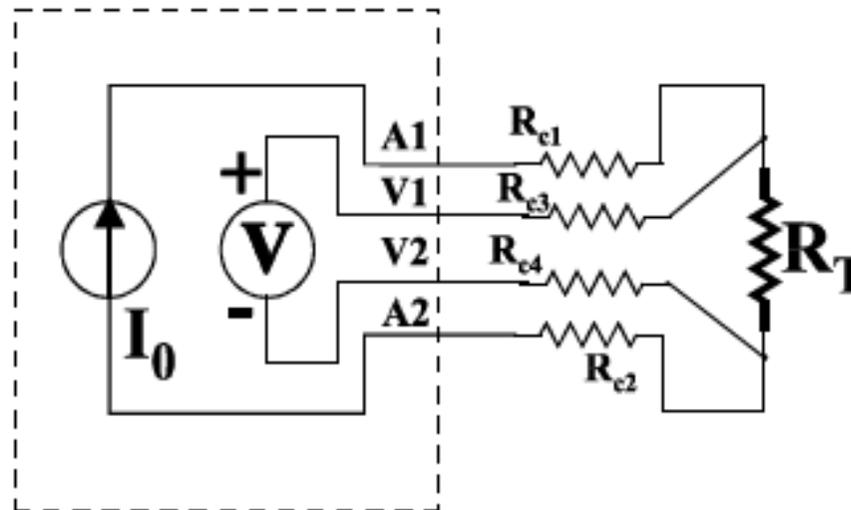
- La misura viene effettuata sugli stessi conduttori che trasportano la corrente di polarizzazione
- Errori dovuti alle resistenze dei conduttori utilizzati per la connessione elettrica ( $R_{c1}$ ,  $R_{c2}$ ) non trascurabili



# Circuiti di misura

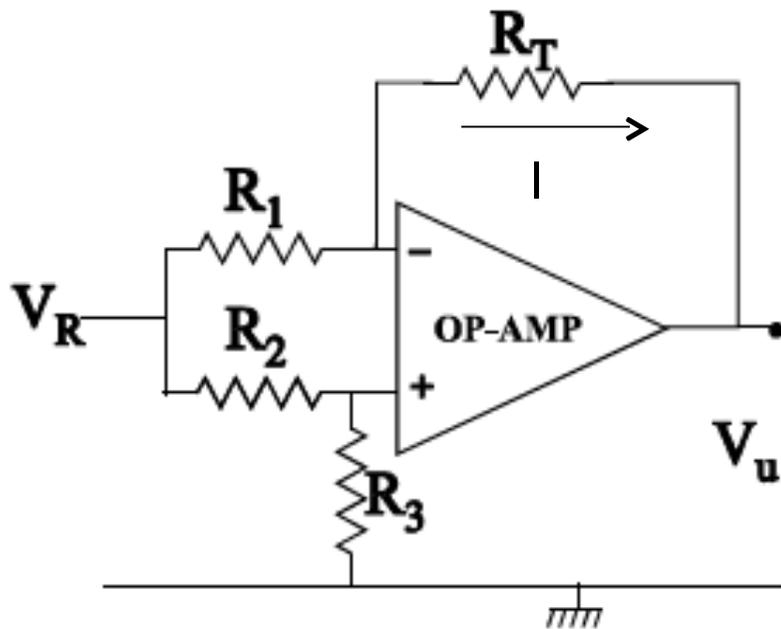
- 4 fili

- La corrente di polarizzazione viene portata attraverso conduttori separati rispetto a quelli di misura
- Risolve il problema precedente, ovvero nessun effetto delle resistenze dei conduttori



# Circuiti di misura

- Esempio 2 fili
  - sensore RTD o termistore linearizzato



I -> Compromesso tra sensibilità e errore di autoriscaldamento

$$R(T) = R_0 \left( 1 + \alpha \overbrace{(T - T_0)}^{\Delta T} \right)$$

$$V_u = I \left( \underline{R_3 R_1 - R_2 R_T} \right)$$

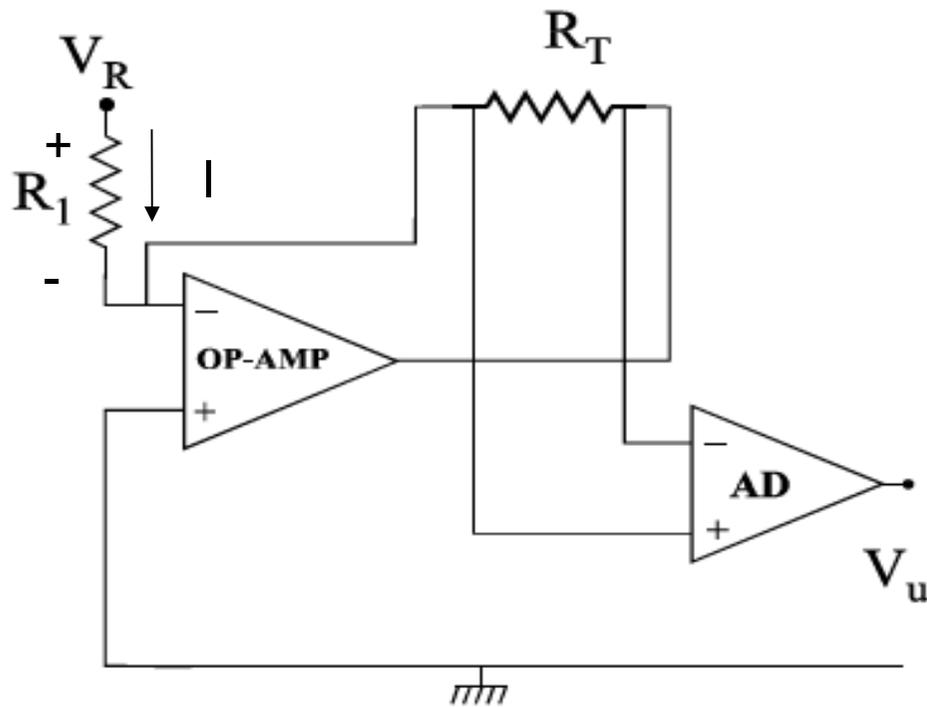
$$I = \frac{V_R}{R_1} \frac{R_2}{R_2 + R_3}$$

$$SE \quad \frac{R_3}{R_2} = \frac{R_0}{R_1} \begin{cases} \rightarrow V_u = -I R_0 \alpha (T - T_0) \\ \rightarrow S = -I R_0 \alpha \end{cases}$$

# Circuiti di misura

- Esempio 4 fili

$$I = \frac{V_r}{R_1}$$



$$V_u = \frac{V_r}{R_1} R_T A$$

# Circuiti di misura

Esempio RTD con queste caratteristiche:

$$R(T) = R(T_0) \cdot [(1 + \alpha(T - T_0))]$$

$$R(T_0) = R(0^\circ\text{C}) = 100\Omega$$

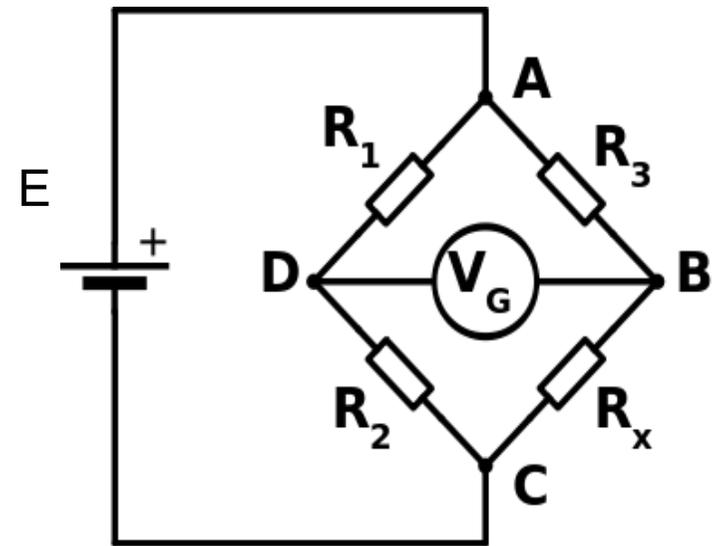
$$\alpha = 3 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

1) Vogliamo misurare una variazione di 1C:

**Avremo una variazione di resistenza di:**

$$3 * 100 * 10^{-3} = 0.3 \text{ Ohm}$$

- Occorre una tecnica di misura molto sensibile
- Soluzione **Ponte di wheatstone**

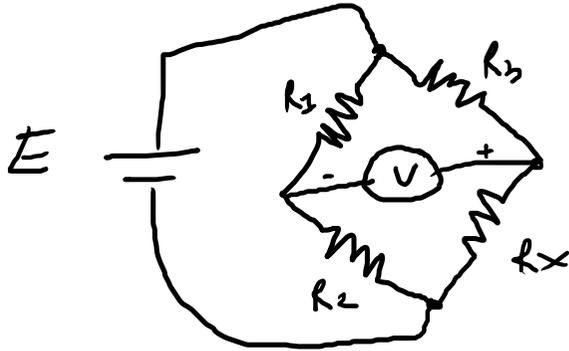


Se

$$V_G = \left[ \frac{R_X}{R_X + R_3} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right] \cdot E$$
$$R_1 = R_2 = R_3 = R_X(T_0)$$

$$V = \frac{E \alpha (T - T_0)}{4}$$

# Ponte di Wheatstone



$$V = V^+ - V^- = E \frac{R_x}{R_x + R_3} - E \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_x = R + \Delta R = R \left( 1 + \frac{\Delta R}{R} \right)$$

SCELGO  $R_1 = R_2 = R_3 = R$

$$\Rightarrow V = E \left( \frac{R \left( 1 + \frac{\Delta R}{R} \right)}{R + R \left( 1 + \frac{\Delta R}{R} \right)} - \frac{1}{2} \right) =$$

TERMORESISTIVO  
 $R = R_0 (1 + \alpha \Delta T)$

$$\frac{\Delta R}{R} = \alpha \Delta T$$

$$= E \left( \frac{1 + \frac{\Delta R}{R}}{2 + \frac{\Delta R}{R}} - \frac{1}{2} \right) = E \left( \frac{2 + 2\frac{\Delta R}{R} - 2 - \frac{\Delta R}{R}}{2 + \frac{\Delta R}{R}} \right)$$

Hp:  $\frac{\Delta R}{R} \ll 2 \Rightarrow V = \frac{E}{4} \frac{\Delta R}{R}$

TERMORESISTIVO  
 $V = \frac{E}{4} \alpha \Delta T$