

## Esame di Controlli Automatici – 29 Gennaio 2014

1. Si discuta se il teorema dell'insieme invariante massimo ha utilità nel caso di un sistema nonlineare con un equilibrio nell'intorno del quale il linearizzato è asintoticamente stabile. Se sì, si porti un esempio di applicazione;
2. Si discuta se il teorema dell'insieme invariante massimo ha utilità nel caso di un sistema lineare tempo-invariante e, se sì, si porti un esempio di applicazione;
3. Si consideri l'equilibrio nell'origine per i tre sistemi  $\dot{x} = A_i x$  con

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -3 & 3 & -1 \end{bmatrix}; A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & -3 \end{bmatrix}; A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}.$$

Si trovi, quando possibile, una funzione di Lyapunov e si discutano i risultati;

4. Si consideri il sistema di equazioni nonlineari

$$\begin{aligned} x_1^3 + 2x_2^2 + 3x_1 - 2 &= 0 \\ \sin^2(x_1 + x_2) - 0.5 &= 0. \end{aligned}$$

Si scriva un algoritmo numerico per trovare le radici di queste equazioni. L'algoritmo può essere descritto facendo riferimento ad una formulazione in tempo continuo, per essere poi tradotto in una formulazione a passi. Si discuta la convergenza delle due formulazioni usando le tecniche di Lyapunov. Si scrivano infine le istruzioni di un programma in codice Matlab che realizza l'algoritmo, e lo si implementi.

5. Si consideri il sistema rappresentato dalla f.d.t.

$$G_1 = \frac{s - \alpha}{(s - \beta)(s - \gamma)}$$

e se ne scrivano due distinte realizzazioni minime ed una non minima.

6. Dato il sistema  $G = \frac{(s - a)}{s^3 - s + 1}$  ed una sua realizzazione minima, si trovi una retroazione degli stati che alloca gli autovalori del sistema in anello chiuso in  $-1, -2, -3$ . Si trovi il valore degli eventuali zeri del sistema in anello chiuso e si discuta questo risultato al variare del parametro  $a$ ;
7. Posto  $a = -10$  nel sistema precedente, si progetti un regolatore che utilizzando solo la retroazione delle uscite stabilizzi il sistema e renda nullo l'errore di inseguimento per riferimenti a gradino;